Capitolo 8

Le forze

8.1 Forza peso e massa

Abbiamo definito la **massa inerziale**, in precedenza, come *la quantità di materia* che compone un corpo, ed abbiamo precisato questa definizione introducendo il concetto di *inerzia di un corpo* e collegandolo alla caratteristica che tende a far conservare ad ogni corpo nel tempo il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

Definiamo ora **peso** di un corpo di massa *m la forza di gravità che agisce su di esso.*

Consideriamo un corpo di massa *m* in caduta libera, su cui agisce solo la sua forza peso **P**. Poiché ogni corpo in queste condizioni si muove lungo la verticale con accelerazione g = 9,8 m/s^2, la seconda legge della dinamica, con **F = P** e **a** = **g**, diventa:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g}$$

I concetti di massa e di peso risultano così essere profondamente diversi, anche se nel parlare quotidiano c'è l'abitudine a confonderli. La massa è una *grandezza scalare*, si misura in chilogrammi, ed è una proprietà intrinseca del corpo considerato. Il peso è invece una forza, si misura in newton e quindi ha una *natura vettoriale*: inoltre, il suo valore dipende dall'accelerazione di gravità del luogo ove si esegue la misura. Un uomo ha un certo peso sulla Terra, un peso 6 volte inferiore sulla superficie della Luna (dove l'accelerazione di gravità è un sesto di quella terrestre) e non avrà peso se lo poniamo in orbita attorno al nostro pianeta. E' ovvio, invece, che in tutti e tre i casi la massa della persona considerata non varierà di un solo grammo.

Se alla domanda: "quanto pesi?" rispondessimo: "60 kg", commetteremmo quindi un grosso errore. Il valore indicato, infatti, non è quello del peso, ma della massa. Per indicare il peso dovremmo rispondere: (60 kg x 9,8 m/s^2) = 588 N.

Massa e peso, se misurati nello stesso luogo, sono però grandezze direttamente proporzionali. Su questa proprietà si basa il funzionamento della bilancia, ma con qualche precisazione. Esistono due tipi profondamente diversi di bilance: quelle **a bracci uguali** e quelle **a molla**. Nelle prime il processo di misura avviene tramite il confronto della massa ignota con una campione di valore noto mettendo i due oggetti sui due piatti dello strumento. Per la proporzionalità appena accennata e per il fatto che l'accelerazione di gravità è la stessa per entrambi i piatti, la misura di peso equivale a quella della massa, che in questo modo è determinata senza problemi (ma non dopo avere preventivamente definito l'unità di misura) .

Ben diverso è il funzionamento della bilancia a molla, detta qualche volta anche "pesapersone". In questo caso la misura è ottenuta dal diverso allungamento della molla rispetto a valori standard stabiliti nel momento della costruzione dello strumento. In questo caso è solo il peso ad essere determinato, e non la massa. Il valore letto, infatti, può variare per lo stesso oggetto in funzione del diverso valore dell'accelerazione di gravità locale. Con una bilancia a molla, il peso di una persona sulla Luna risulterebbe ridotto di un sesto rispetto al valore terrestre, mentre la bilancia a bracci uguali darebbe sempre lo stesso valore.

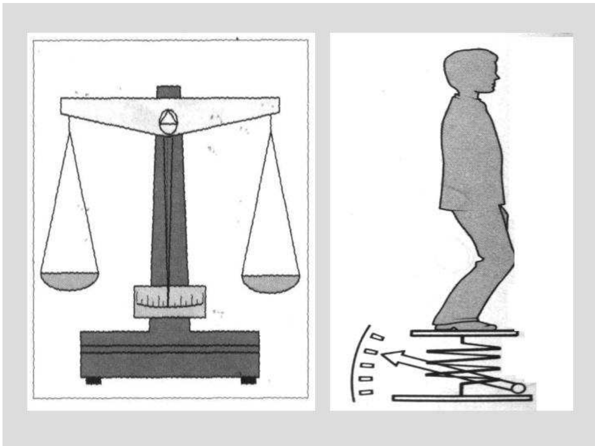

***Fig. 1** - Bilancia a bracci uguali (a sinistra) e a molla (a destra)*

8.2 Forze elastiche

Abbiamo detto che una delle caratteristiche di una forza consiste nella capacità di *deformare* i corpi. Da questo punto di vista possiamo classificare tutti gli oggetti in due grandi famiglie: quella dei corpi **elastici** e quella dei corpi **anelastici**.

I primi sono quelli che riprendono perfettamente la loro forma e la loro dimensione originaria subito dopo che la forza a loro applicata ha smesso di operare; i secondi, invece, sono costituiti da tutti quegli oggetti che rimangono deformati anche dopo che ogni forza applicata ha smesso di agire.

Il più semplice esempio di corpo elastico è rappresentato da una molla "ideale": essa è costituita da una serie di spire identiche in diametro e spessore, costruite da un materiale perfettamente elastico. L'esperienza insegna che, se induco in una tale molla una deformazione Δx (rispetto alla lunghezza L tipica della molla a riposo, quindi $\Delta x = L_{finale} - L_{iniziale}$), la molla risponde con una forza di richiamo F tanto maggiore quanto più è consistente la deformazione indotta. Il fenomeno è interpretabile attraverso la **legge di Hooke**:

$$\mathbf{F} = - k\, \Delta\mathbf{x}$$

Valgono le seguenti considerazioni:

1) il segno negativo significa che la forza F messa in gioco dalla molla è una **forza elastica di richiamo**, cioè è diretta *sempre in verso contrario rispetto alla deformazione* Δx

2) il coefficiente di proporzionalità k si chiama **costante elastica della molla**, dipende da come essa è stata costruita e dal materiale usato, dalle dimensioni delle spire e dal loro avvolgimento …e la sua unità di misura è espressa in *N/m*.

3) la diretta proporzionalità tra la forza elastica F viene meno per valori molto intensi della deformazione Δx. Per tali situazioni, che vanno oltre il "limite di elasticità" della molla e che spesso ne sono prossime alla rottura, la legge di Hooke cessa di valere.

Il dinamometro - Il *dinamometro* è uno strumento che viene utilizzato per la misura dell'intensità di una forza. Nella sua forma più semplice consiste di due strutture cilindriche che possono scorrere una dentro l'altra: quella interna è collegata ad una molla. Una scala graduata fornisce il valore della forza già misurata in *newton* in funzione dell'allungamento del cilindro scorrevole rispetto alla posizione di riposo. Tale cilindro termina con un gancio che serve per la misura delle forze applicate ad oggetti di piccole dimensioni. Un tipico esempio è la misura della forza peso di oggetti di massa pari a poche decine o centinaia di grammi. L'oggetto in questione è agganciato al cilindro scorrevole che si scosta dalla posizione di zero di una quantità Δx proporzionale alla forza peso applicata come spiegato dalla *legge di Hooke*:

$$k\Delta x = mg$$

Nota la costante elastica k del dinamometro, dalla lettura dell'allungamento si ricava il valore della forza peso applicata. In genere lo strumento è tarato con una scala graduata che esprime già la misura della forza in *newton*: prima di eseguire una qualsiasi misura, occorre sempre controllare che la taratura dello strumento sia corretta.

Con il dinamometro si esegue una **misura statica** delle forze.

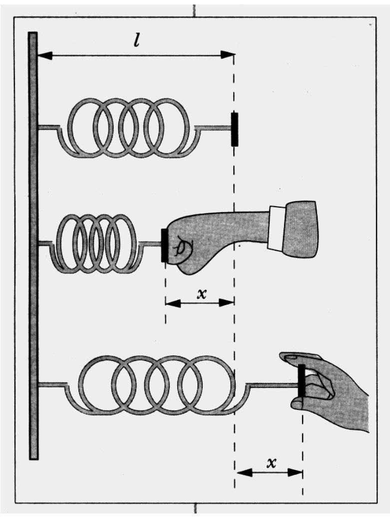

Fig 2 – *Legge di Hooke: la compressione indotta in una molla è direttamente proporzionale alla forza elastica con cui la molla si oppone alla variazione della sua lunghezza.*

8.3 Tensioni di funi ideali

Un modo molto semplice di imprimere una forza ad un oggetto può essere, per esempio, quello di trascinarlo con una fune, una corda o una catena. E', questa, una situazione che incontreremo molto frequentemente. Quando ciò avviene il filo si tende ed esercita sul corpo una forza di **tensione T** che è sempre diretta lungo il filo ed orientata lontana dal corpo trascinato.

Considereremo solo *fili ideali*, cioè:

1) *inestensibili* (non elastici, quindi di lunghezza costante)

2) di massa *trascurabile* rispetto alle masse in gioco.

3) *omogenei*, cioè di struttura, forma e dimensione costante in ogni punto.

In questo caso, e solo in questo caso, il valore della *tensione* **T** rimane costante in tutti i punti del filo**,** mentre la direzione di **T** può cambiare se, ad esempio, è presente una carrucola (anch'essa considerata di massa trascurabile e senza attriti).

Agli estremi della fune, inoltre, le <u>due tensioni risultano essere uguali in modulo e di verso opposto.</u>

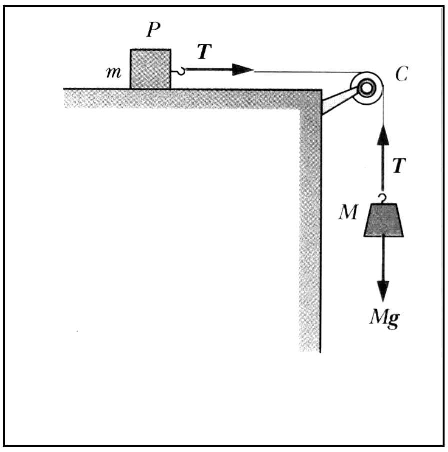

Fig 3 – *Le tensioni **T** ai due estremi di una fune ideale sono uguali in modulo e di verso opposto.*

8.4 La forza d'attrito

Consideriamo un libro appoggiato ad un tavolo orizzontale. Sappiamo che per spostarlo e per mantenerlo in moto con "velocità costante" dobbiamo applicare una forza **F** per *tutto il tempo durante il quale vogliamo che il moto continui.* Dalla prima legge della dinamica sappiamo che ciò è possibile se e solo se la risultante di tutte le forze in gioco è nulla:

$$\mathbf{R} = 0$$

Questo vuol dire che le forze che agiscono sul libro lungo la direzione di moto sono due: **F**, applicata da noi, e un'altra uguale e contraria alla precedente che chiameremo forza d'attrito $\mathbf{F}_a$. Essendo quindi $\mathbf{F} = -\mathbf{F}_a$ possiamo scrivere:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_a = 0$$

L'esperienza mostra inoltre che una volta che l'oggetto è stato smosso dalla sua situazione di quiete con una forza **F** per mantenerlo in moto vincendo l'attrito basta continuare ad imprimergli una forza $\mathbf{f} < \mathbf{F}$. Questo sta ad indicare che esistono due tipi di attrito, quello **statico** e quello **dinamico,** e il secondo oppone una forza minore rispetto al primo.

Il motivo per cui esiste la forza d'attrito risiede nella <u>struttura microscopica</u> dei materiali che vengono a contatto scivolando uno sull'altro. Tali superfici non sono, e non potrebbero esserlo, perfettamente lisce. Anche le più levigate rivelano ad un'attenta analisi microscopica di avere delle increspature, delle piccole rugosità. Tali sporgenze, se i materiali sono fermi, risultano di fatto "incastrate" l'una nell'altra e si oppongono con una certa intensità al moto dei due oggetti (**attrito statico**). Quando però il movimento ha inizio, le rugosità delle superfici non hanno più la possibilità di incastrarsi: l'opposizione al moto continua ad esistere, ma con minore intensità (**attrito dinamico**)[1].

L'esperienza dimostra che il valore della forza d'attrito:

1) <u>non dipende dalla dimensione</u> delle due superfici,

[1] In realtà, una trattazione più precisa delle forze d'attrito richiederebbe di considerare anche il fondamentale ruolo giocato dalle *forze elettrostatiche* che si vengono a sviluppare tra gli atomi delle due superfici poste a contatto. Queste forze saranno affrontate durante l'ultimo anno di corso.

2) dipende solo dalla natura dei due materiali che vengono a contatto (tale fatto è espresso dal *coefficiente d'attrito*: vedi tabella in fig. 3)

3) dipende dalla *forza normale* che tiene a contatto i due oggetti.

Si definisce **forza normale** *la somma di tutte le forze che uno dei due corpi esercita sull'altro* (tra queste spesso compare il peso).

Si ricordi che si definisce *normale* la direzione perpendicolare alla tangente ad una curva in un punto considerato. Se la direzione è una retta (come nel nostro caso: moto rettilineo), la tangente ad una retta ha la stessa direzione della retta stessa e la normale viene di fatto a coincidere con la perpendicolare a tale retta nel punto considerato.

In formule, detto F_a il modulo della forza d'attrito, e F_N quello delle forze normali al moto, vale:

$$F_a = \mu F_N$$

dove μ può essere, a seconda dei casi, il coefficiente d'attrito dinamico o statico. *Il verso di F_a è sempre contrario alla direzione di moto.*

Possiamo concludere il discorso con una ulteriore differenziazione tra **attrito radente** e **attrito volvente**: il primo è il caso che abbiamo appena visto di due superfici che traslano una sull'altra. Il secondo è il caso in cui una delle superfici rotoli senza strisciare sull'altra: il primo attrito è molto maggiore del secondo, e in questo fatto sperimentale sta l'importanza dell'invenzione della ruota a fini dei mezzi di trasporto.

Il motivo di questa differenza consistente non risiede nel fatto che le superfici a contatto, nel caso di una ruota che scivoli sul terreno, sono ridotte ad un retta, ma nel fatto che le increspature microscopiche che si incastrano causando l'attrito, non sono fatte scivolare l'una sull'altra, ma sono distaccate con un movimento che si avvicina al sollevamento verticale. Ciò causa un attrito (volvente) molto minore.

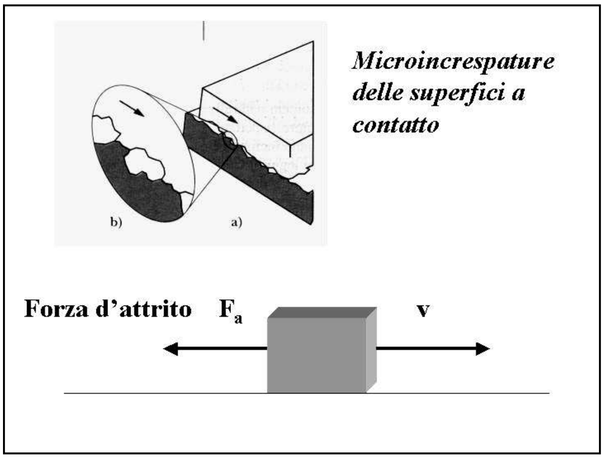

Fig. 4 - *La forza d'attrito, che è diretta in verso contrario alla direzione di moto, si forma perché le superfici a contatto che scivolano le une sulle altre non sono perfettamente lisce, ma presentano delle microincrespature che tendono ad ostacolare il movimento di una sull'altra.*

Nota:

1) La forza d'attrito ha verso tale da opporsi sempre al moto dell'oggetto su cui agisce. Con qualche precisazione. Se non esistessero gli attriti, infatti, nemmeno il moto sarebbe possibile: le ruote di un qualunque autoveicolo scivolerebbero sul terreno (così come fanno parzialmente sul ghiaccio), e lo stesso avverrebbe per il semplice atto del camminare. Non sarebbe nemmeno possibile tenere in mano un qualunque oggetto: questo ci scivolerebbe irrimediabilmente tra le dita e non potremmo usarlo …

2) Si noti come l'intensità della forza d'attrito non sia costante ma dipenda dalla situazione studiata. L'espressione

$F_a = \mu F_N$

esprime il *valore massimo* che può essere messo in gioco. Pensiamo ad un oggetto di massa M=10 kg posto su un piano orizzontale di coefficiente d'attrito statico $\mu_s = 0,2$ e dinamico $\mu_d = 0,1$ trascinato da una forza orizzontale F. Chiediamoci per che valori di F l'oggetto inizia a muoversi. Se calcoliamo il valore massimo della forza d'attrito otteniamo

$F_a = \mu_s Mg = 0,2 \times 10\ kg \times 9,8\ m/s^2 = 19,6\ N$

Ciò significa che per intensità della forza trainante minori di 19,6 N l'oggetto non si muove. Una volta però che è stato smosso, per mantenerlo in movimento con velocità costante è sufficiente una intensità minore di 19,6 N (perché l'attrito dinamico è minore di quello statico):

$F_a = \mu_d Mg = 0,1 \times 10\ kg \times 9,8\ m/s^2 = 9,8\ N$

Chiediamoci ora quanto varrebbe la forza d'attrito nel caso in cui l'oggetto fosse ancora fermo ed io applicassi due forze trainanti di modulo $F_1 = 9,8$ N e $F_2 = 19$ N.

L'oggetto non si muoverebbe: per il primo principio della dinamica la risultante delle forze applicate deve essere nulla. Quindi, nel primo caso l'attrito metterebbe in gioco una forza di 9,8 N e nel secondo caso una forza di 18 N, entrambe dirette in senso opposto a quello della forza *F* trainante.

Materiali a contatto	**Coefficiente d'attrito statico μ_s**	**Coefficiente d'attrito dinamico μ_d**
Gomma su cemento asciutto	0,9	0,7
Gomma su cemento bagnato	0,7	0,5
Legno su neve	0,08	0,06
Acciaio su teflon	0,04	0,04
Acciaio su acciaio	0,75	0,57
Acciaio su ghiaccio	0,02	0,01
Legno su legno	0,7	0,4
Metallo su metallo (lubrificati)	0,10	0,07
Vetro su vetro	0,9	0,4

Fig. 5 - *Coefficienti di attrito tra coppie di materiali*

8.5 Le reazioni vincolari

Le forze normali F_N di cui si è parlato nel paragrafo precedente sono il caso più semplice di **reazioni vincolari**. Un **vincolo** *è un oggetto che con la sua presenza esercita una forza che impedisce il movimento di un corpo lungo una o più direzioni.*

Un libro appoggiato ad un tavolo non cade a terra perché la forza peso **P** che agisce su esso in direzione verticale è perfettamente bilanciata da un'altra forza **Φ** normale al piano (e quindi anch'essa verticale) diretta verso l'alto: tale forza prende il nome di *reazione vincolare.*

Analogamente un quadro appeso tramite un chiodo e un filo ad una parete non può cadere perché il filo costituisce un vincolo in direzione verticale che esercita una forza di reazione **Φ** che bilancia perfettamente la forza peso del quadro.

La natura di queste forza risiede nella deformazione, a volte a livello microscopico, degli oggetti che formano il vincolo: il filo si tende, il piano del tavolo si piega leggermente. Queste deformazioni sono la causa dell'insorgere delle reazioni vincolari.[2]

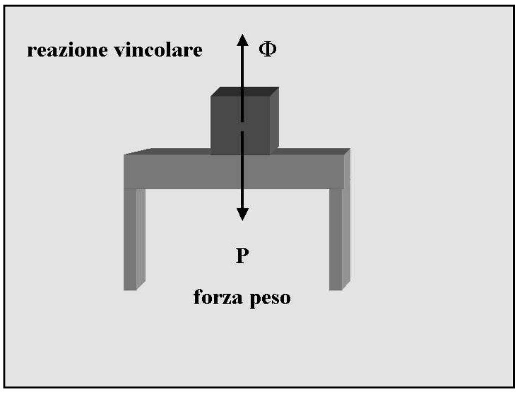

***Fig 6** – Esempio di reazione vincolare esercitata da un tavolo sull'oggetto ad esso appoggiato.*

8.6 Il diagramma di corpo libero

Nella risoluzione degli esercizi capita sovente di dover studiare un corpo su cui agiscono contemporaneamente più forze. E' allora molto comodo rappresentare la situazione con un grafico che, oltre a contenere tutte le forze in gioco, ci permetta di capire con una certa facilità quali sono le forze che agiscono su un certo corpo e quali sono le forze che, invece, tale corpo esercita su quelli circostanti.

Un tale grafico prende il nome di **diagramma di corpo libero**. In esso ogni forza è rappresentata con la sua direzione e il suo verso. In un corpo *rigido esteso* può essere comodo considerare ogni forza agente su di esso come se fosse applicata ad un punto particolare dell'oggetto: il *baricentro*. In particolare, deve essere sempre applicata al baricentro la forza peso **P** relativa al corpo studiato. Rimandiamo oltre la definizione esatta di baricentro: per ora può essere sufficiente sapere che, se il corpo è rigido, omogeneo e simmetrico, tale punto coincide con il *centro geometrico* dell'oggetto in questione.

8.7 Il sasso e la piuma

Galileo fu il primo ad intuire che, *in assenza di attriti*, il moto in caduta libera degli oggetti non dipende dalla loro dimensione o dalla loro massa. Un grosso sasso ed una piuma, se lasciati cadere dalla stessa quota con identica velocità iniziale, toccano terra nel medesimo istante.

Questa affermazione può ora essere facilmente dimostrata usando il secondo principio della dinamica. Sia M la massa del sasso e *m* la massa della piuma. L'unica forza a cui entrambi i corpi sono sottoposti è la loro forza peso P. Calcoliamo l'accelerazione con cui cadono lungo la verticale.

Per il sasso:

$$F = P = Ma$$

Essendo però $P = Mg$ si ottiene

$$Mg = Ma$$

$$\boxed{a = g}$$

Per la piuma:

[2] Anche in questo caso una trattazione più completa e corretta del fenomeno necessita di giustificazioni a livello atomico che esulano dai contenuti di questo corso. In estrema sintesi: sono le *forze repulsive elettrostatiche* che, impedendo agli atomi di oggetti diversi di avvicinarsi troppo tra loro, rendono i corpi incompenetrabili e spiegano il fatto che un oggetto appoggiato su un tavolo non lo attraversi. Le forze di reazione vincolare traggono la loro origine proprio da queste proprietà atomiche della materia.

$F = P = mg$

Essendo $P = mg$ si ottiene

$mg = ma$

$\boxed{a = g}$

Conclusioni: il moto in caduta libera dei due oggetti anche molto diversi tra loro non dipende dalla loro massa (che si semplifica nei conti) ed avviene con la stessa accelerazione: $g = 9{,}8\ m/s^2$. Se essi partono dalla stessa quota arrivano a terra nel medesimo istante (ovviamente in assenza di attriti).

8.8 Il sasso e la Terra

Se il secondo principio della dinamica dimostra che un sasso e una piuma cadono con la stessa velocità, il terzo principio afferma che <u>un sasso e il pianeta Terra si attirano reciprocamente con due forze di uguale intensità.</u>

Consideriamo un sasso di massa M = 1 kg. La forza F con cui esso è attratto dalla Terra è il suo peso

$F = P = 1 \times 9{,}8\ N.$

Questa forza conferisce al sasso una accelerazione verso il centro della Terra pari a $9{,}8\ m/s^2$.

La massa della Terra è invece $M = 6 \times 10^{24}$ kg. Per il terzo principio la Terra è attirata dal sasso con una forza uguale e contraria di modulo F = 9,8 N che imprime al pianeta Terra una accelerazione verso il sasso pari a

$a = F/M = 1{,}6 \times 10^{-24}\ m/s^2$

Tale accelerazione, di principio, esiste veramente, ma il suo valore é *talmente piccolo* che é di fatto impossibile misurarla e quindi nessuno si accorge della sua esistenza !!

8.9 Le forze apparenti e l'assenza di peso

Abbiamo visto in precedenza come *massa* e *peso* siano due concetti profondamente diversi e come la forza peso sia determinata dal prodotto tra la massa inerziale dell'oggetto considerato e l'accelerazione di gravità locale. Ricordiamo che quest'ultima grandezza può variare a seconda della condizione in cui ci si trova, per cui, stabilito che la massa è una caratteristica del corpo, così non è per il suo peso.

Abbiamo anche visto come lo studio di corpi in *sistemi di riferimento non inerziali* (in moto, cioè, a velocità **non** costante) ci costringa a considerare il ruolo giocato dalle cosiddette "forze apparenti".

Ciò premesso, consideriamo ora una persona di massa M che voglia determinare il suo peso con una bilancia a molla all'interno di un ascensore fermo, oppure in moto con velocità **v** = *costante*, e infine con accelerazione **a** diretta verso l'alto o verso il basso. Eseguiamo la misura, quindi, in un sistema di riferimento che di volta in volta è (o non è) inerziale. Vediamo cosa cambia nelle varie situazioni.

Il peso è espresso dalla relazione:

$\mathbf{P} = M\mathbf{g}$

dove **g** è l'accelerazione di gravità calcolata rispetto al sistema di riferimento in cui si trova la bilancia (l'ascensore). Abbiamo i seguenti casi:

1) se l'ascensore si muove con v = *cost.* (verso l'alto o verso il basso) non cambia nulla: ci troviamo in un sistema di riferimento inerziale e il valore delle accelerazioni non cambia. Nel nostro caso, l'accelerazione della persona rispetto a quella della bilancia (che si muove in modo solidale con l'ascensore) rimane **g** e il suo peso è identico al caso in cui l'ascensore fosse fermo

2) se l'ascensore si muove verso l'alto con accelerazione **a**, anche la bilancia subisce la stessa accelerazione verso l'alto. La persona, invece, risente della stessa accelerazione **g** verso il basso. Ma qualcosa ora è cambiato: non ci troviamo più in un sistema di riferimento inerziale e l'accelerazione con cui si muove l'ascensore introduce una *forza apparente* **F** = M**a** di segno contrario che l'uomo al suo interno risente e che deve considerare nei suoi conti. In altre parole, l'accelerazione dell'uomo rispetto alla bilancia che ha sotto i piedi (e che ora gli viene incontro), è aumentata e vale (**g** + **a**). Di conseguenza anche il peso sarà aumentato, e varrà:

$$\mathbf{P} = M(\mathbf{g} + \mathbf{a})$$

3) se l'ascensore si muove verso il basso con accelerazione **a**, la bilancia fa altrettanto, sfuggendo dai piedi della persona che si vuol pesare, la cui accelerazione rispetto ad essa sarà ora ridotta al valore (**g** - **a**). Tenendo conto della *forza apparente* **F** = -M**a** di segno contrario rispetto all'accelerazione dell'ascensore, anche il peso risulterà diminuito:

$$\mathbf{P} = M(\mathbf{g} - \mathbf{a})$$

4) Un caso particolarmente interessante si ha quando l'ascensore è in *caduta libera*, cioè quando si muove verso il basso con accelerazione pari a quella di gravità **g** (come nel caso sfortunato di una rottura del cavo di sostegno). Bilancia e persona risultano avere accelerazione relativa nulla, in quanto fermi l'una rispetto all'altra, e la persona non avverte più il suo peso

$$\mathbf{P} = M(\mathbf{g} - \mathbf{g}) = 0$$

Quindi possiamo concludere con la seguente affermazione: *un osservatore in caduta libera non ha peso.*

Da questa semplice osservazione renderà il via, all'inizio del Novecento, una delle più grandi teorie della fisica moderna: la *Teoria della relatività ristretta* di Albert Einstein.