

Critica di Heisenberg al concetto di traiettoria

tratto da: *Trent'anni che sconvolsero la fisica*,
di G. Gamow, ed. Zanichelli

*“...la traiettoria esiste solo con l’osservazione
e viene distrutta da essa ...”* (W. Heisenberg)

Sebbene la nuova Teoria dei Quanti nella forma ondulatoria desse una descrizione matematica perfetta dei fenomeni atomici, non riusciva tuttavia a far luce sul loro aspetto fisico. Che significato fisico si poteva attribuire a queste onde misteriose? In che modo potevano essere messe in relazione con le nostre nozioni derivate dal senso comune sulla materia e il mondo in cui viviamo? La risposta a queste domande fu data da Heisenberg in un lavoro pubblicato nel 1927.

Heisenberg esordiva con un’allusione alla Teoria della Relatività di Einstein che all’epoca della sua pubblicazione (e in molti casi perfino oggi) era considerata da alcuni eminenti fisici in contraddizione col senso comune. Che cosa é il senso comune? Il famoso filosofo tedesco Immanuel Kant (con le cui opere l’autore ha solo una vaga dimestichezza) lo avrebbe probabilmente definito in questo modo. “Senso comune?, bene il senso comune é - come le cose dovrebbero essere -”. E, poi, se gli avessero domandato: “Che cosa significa - come le cose dovrebbero essere ? -” avrebbe forse risposto: “Bene, significa - come sono sempre state -”.

Einstein fu probabilmente il primo a rendersi conto di fatto importante: le nozioni fondamentali e le leggi della natura, per quanto bene affermate, erano valide soltanto nei limiti dell’osservazione e non restavano necessariamente valide

al di fuori di questi. Per i popoli delle antiche civiltà la Terra era piatta, ma non lo era certamente per Magellano né lo è per i moderni astronauti. Le nozioni fisiche fondamentali di spazio, tempo e moto erano solidamente affermate e in armonia col senso comune, finché la scienza non superò i limiti che imprigionavano gli scienziati del passato.

Sorse allora una netta contraddizione, dovuta soprattutto agli esperimenti di Michelson sulla velocità della luce, che costrinse Einstein ad abbandonare le vecchie idee di “senso comune” sul computo del tempo, la misura della distanza e la meccanica, e lo portarono alla formulazione della “insensata” Teoria della Relatività. Risultò che per velocità molto alte, distanze molto grandi e periodi di tempo molto lunghi le cose non erano come “avrebbero dovuto essere”.

Heisenberg ne dedusse che la stessa situazione esistesse nel campo della Teoria dei Quanti, e cominciò a cercare che cosa c’era di sbagliato nella meccanica tradizionale delle particelle quando si entrava nel campo dei fenomeni atomici. Proprio come Einstein iniziò l’analisi critica del fallimento della fisica classica nel campo relativistico, criticando nozioni fondamentali come la *simultaneità* di due eventi distanti, così Heisenberg attaccò la nozione basilare della meccanica classica, la nozione di *traiettoria* di un corpo materiale in movimento.

La traiettoria era stata definita da tempo immemorabile come il percorso lungo cui si muove un corpo nello spazio. Nel caso limite usato nei calcoli matematici, il corpo era un punto matematico (privo di dimensioni, secondo la definizione di Euclide) mentre il percorso era una linea matematica (priva di spessore secondo la stessa autorità). Nessuno metteva in dubbio che questo caso limite fosse la migliore descrizione possibile del moto e che, diminuendo gli errori sperimentali sulle coordinate e la velocità della particella in movimento, ci si potesse avvicinare sempre più alla esatta descrizione del moto.

Heisenberg sollevò delle obiezioni: egli fece notare che questa affermazione sarebbe stata senza dubbio vera se il mondo fosse stato governato dai principi della fisica classica; però l’esistenza dei fenomeni quantici poteva capovolgere la situazione.

Cominciamo col prendere in esame un esperimento ideale in cui si cerchi di determinare la traiettoria di una particella pesante in movimento, per esempio nel campo gravitazionale della Terra. A questo scopo costruiamo una camera a vuoto e pompiamone via l’aria finché non ne rimane neppure una molecola (in figura). Sulla parete della camera installiamo un cannoncino C, che spara un proiettile di massa m e di velocità v ad esempio in direzione orizzontale. Sulla parete opposta della camera è sistemato un piccolo teodolite T che può essere puntato in direzione della particella che cade e seguirne il percorso. La camera è illuminata da una lampadina elettrica L posta nel soffitto. La luce proveniente dalla lampadina è riflessa dalla particella che cade ed entra nel tubo del teodolite, e la posizione della particella che cade lascia una traccia o sulla retina dell’occhio dell’osservatore o su una lastra fotografica.

Poiché stiamo eseguendo un esperimento ideale dobbiamo tenere conto di ogni possibile effetto capace di disturbare il moto della particella. Infatti ne troviamo uno, sebbene sia stata eliminata tutta l'aria: dato che la luce proveniente dalla lampadina è riflessa nel tubo del teodolite, esercita sulla particella una certa pressione che può deviare la particella dalla traiettoria parabolica prevista. E' possibile rendere questo disturbo tanto piccolo da essere trascurabile? E infinitamente piccolo?

Procediamo un po' alla volta e valutiamo dapprima soltanto dieci posizioni della particella: facciamo lampeggiare la lampadina soltanto dieci volte durante il tempo di caduta, ed eliminiamo così l'effetto di pressione della luce mentre non guardiamo la particella. Supponiamo che nel primo esperimento l'effetto delle dieci spinte causate dalla luce riflessa faccia deviare troppo la particella dalla traiettoria prevista.

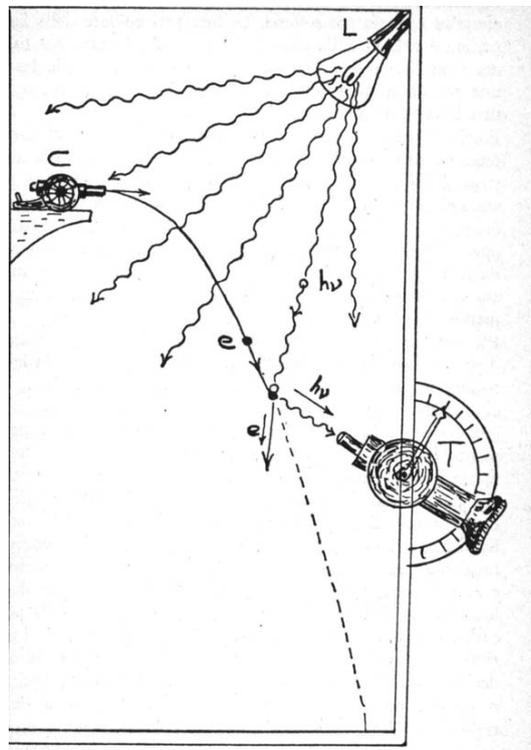


Figura 1: *Microscopio quantistico ideale con cui Heisenberg illustra la sua critica al concetto classico di traiettoria*

C'è un rimedio semplice: possiamo ridurre l'intensità della luce in proporzione di un opportuno coefficiente, perché nella fisica classica non c'è limite inferiore alla quantità di energia radiante che può essere emessa in un solo lampeggiamento, e non c'è neppure limite alla sensibilità del rivelatore della luce riflessa. Riducendo l'intensità possiamo rendere la perturbazione complessiva durante il volo della particella inferiore a un qualsiasi piccolo numero ϵ da noi scelto. Se ora decidiamo di aumentare di dieci volte il numero di posizioni osservate, per ottenere una

definizione più precisa della traiettoria, dobbiamo far lampeggiare la lampadina cento volte durante il rapido passaggio della particella. L'effetto della pressione della radiazione durante il percorso complessivo crescerà corrispondentemente e il disturbo totale potrà diventare superiore a ϵ piccolo a piacere.

Per rimediare a questo inconveniente usiamo una lampadina dieci volte più debole e un rivelatore dieci volte più sensibile. I passi successivi consisteranno nell'eseguire 1 000, 10 000, 100 000 osservazioni e così via, servendoci corrispondentemente di lampadine più deboli e rivelatori più sensibili. Al limite otteniamo un numero infinito di osservazioni senza perturbare la traiettoria per più di un ϵ .

C'è un altro fatto da tener presente: per quanto piccolo sia il punto che si muove, la sua immagine ottica sullo schermo non può essere più piccola della lunghezza d'onda λ della luce usata, a causa dei fenomeni di diffrazione. Si può rimediare anche a questo diminuendo λ e impiegando, invece della luce visibile, luce ultravioletta, raggi X e raggi γ sempre più duri. Non essendovi nella fisica classica un limite inferiore per la lunghezza delle onde elettromagnetiche, il diametro di ogni figura di diffrazione può essere reso piccolo a piacere. Continuando su questa strada si può osservare un percorso sottile come si vuole, senza apportare al moto complessivo un disturbo superiore a ϵ .

Dunque, entro i confini della fisica classica, possiamo costruire idealmente la nozione di traiettoria come linea nel senso euclideo della parola. Ma questo stato di cose euclideo trova qualche corrispondenza nella realtà? No, disse Heisenberg. Egli sosteneva che la procedura del nostro esperimento ideale diventa impossibile a causa dell'esistenza dei quanti di luce. Infatti la più piccola quantità di energia portata da un lampo di luce è uguale a $h\nu$, che corrisponde alla quantità di moto $h\nu/c$.

Nella riflessione dei lampi verso il teodolite una parte di questa quantità di moto verrà comunicata alla particella, cambiando la sua quantità di moto in

$$\Delta p \cong h\nu/c$$

Così il numero di osservazioni aumenta il disturbo causato alla traiettoria illimitatamente e invece di muoversi lungo la parabola la particella eseguirà un *moto casuale browniano* scagliata come è avanti e indietro entro la camera in tutte le direzioni.

L'unico modo per diminuire il disturbo consiste nel diminuire ν , il che, per la relazione $\nu = c/\lambda$, significherebbe un aumento della lunghezza d'onda fino a farla diventare grande come la camera. Allora, invece di vedere piccole scintille saltellanti ovunque sullo schermo, osserveremmo un sistema di grandi cerchi di diffrazione sovrapposti, che coprirebbero l'intero schermo. Con questo metodo non si può dunque ottenere nulla che assomigli a linee matematiche. La sola alternativa consiste nel cercare un compromesso: dobbiamo usare fotoni con una frequenza non troppo alta e una lunghezza d'onda non troppo lunga.

L'indeterminazione Δq nella nostra conoscenza della posizione della particella, è

$$\Delta q \cong \lambda = c/\nu.$$

Otteniamo allora: $\Delta p \cong h\nu/c = h/\lambda$, cioè:

$$\Delta p \Delta q \cong h$$

che è la famosa *relazione di indeterminazione di Heisenberg*.

Facendo comparire la velocità v , questa relazione diventa: $\Delta v \Delta q \cong h/m$

indicando che le deviazioni dalla meccanica classica diventano importanti soltanto per masse piccolissime.

Per una particella di 1 mg otteniamo la relazione:

$$\Delta v \Delta q \cong 10^{-27}/10^{-3} = 10^{-24}.$$

Una tale relazione può essere soddisfatta, ad esempio, prendendo:

$$\Delta v \cong 10^{-12} \text{ cm/sec}; \quad \Delta q = 10^{-12} \text{ cm}.$$

Dunque, per questa relazione l'errore con cui possiamo misurare la velocità di un pallino di piombo (di quelli con cui si riempiono le cartucce da caccia) è inferiore a 0,3 metri al secolo, e l'indeterminazione della sua posizione è paragonabile al diametro del nucleo atomico. *E' evidente che nessuno si preoccuperà di indeterminazioni come queste!*

Invece per un elettrone avente una massa di 10^{-27} grammi abbiamo:

$$\Delta v \Delta q \cong 10^{-27}/10^{-27} \cong 1.$$

Poiché dire che un elettrone si trova all'interno dell'atomo significa dire che

$$\Delta q \cong 10^{-8} \text{ cm},$$

troviamo che l'indeterminazione della sua velocità è

$$\Delta v \cong 10^8 \text{ cm/sec !!}$$

L'indeterminazione dell'energia cinetica corrispondente a questa indeterminazione della velocità è

$$\Delta E_c \cong 10^{-11} \text{ elettronVolt}$$

che è paragonabile all'energia di legame totale di un elettrone nell'atomo.

Naturalmente in queste circostanze non ha senso disegnare in forma di linee le orbite dell'elettrone nell'atomo, perché lo spessore di queste linee dovrebbe essere pressappoco uguale ai diametri delle orbite quantiche di Bohr!

... Poiché in fisica atomica e nucleare la nozione di traiettorie lineari classiche perde inevitabilmente ogni valore, è evidentemente necessario studiare un altro metodo per descrivere il moto delle particelle materiali, e qui ci vengono in aiuto le funzioni ψ di *Schrodinger* e *de Broglie*. Esse non rappresentano nessuna realtà fisica: le onde di de Broglie non hanno una massa come quella che possiamo attribuire anche alle onde elettromagnetiche e, mentre in teoria si può comprare un chilo di luce rossa, non esiste al mondo un etto di onde di de Broglie. Esse non sono più materiali delle traiettorie lineari della meccanica classica e in vero possono essere definite linee matematiche allargate: guidano il moto delle particelle della meccanica quantistica allo stesso modo che le traiettorie lineari guidano il moto delle particelle della meccanica classica.

Ma proprio come non consideriamo le orbite dei pianeti del Sistema Solare come una specie di rotaia che obbliga Venere e Marte e la nostra stessa Terra a muoversi lungo orbite ellittiche, così non possiamo considerare le funzioni continue della meccanica ondulatoria come una specie di campo di forze che influisce sul moto degli elettroni.

Le funzioni d'onda di de Broglie e Schrodinger (o piuttosto il quadrato dei loro valori assoluti, cioè $|\psi|^2$), determinano appunto la probabilità che la particella si trovi in una parte dello spazio piuttosto che in un'altra, e che si muova con una velocità piuttosto che con un'altra.