

Capitolo 1

La misura dell'Universo

1.1 Eratostene (273-192 a.C.) e le dimensioni del diametro terrestre

La misura delle dimensioni della Terra viene eseguita per la prima volta da *Eratostene di Cirene* intorno al 230 a.C. Il suo calcolo si basa sull'osservazione che un bastone piantato verticalmente nel terreno e posto a Siene (Assuan) in Egitto il giorno del solstizio d'estate non proietta nessuna ombra. Ciò significa che, in quel giorno e a quell'ora, il Sole si trova esattamente allo zenit. Nello stesso giorno dell'anno e alla stessa ora, un uguale bastone piantato ad Alessandria d'Egitto proietta invece un'ombra ben visibile che indica una inclinazione di $7^{\circ} 12'$ dei raggi solari rispetto alla verticale. Poiché Alessandria si trova quasi esattamente a nord di Siene, il valore trovato di $7^{\circ} 12'$ indica la differenza di latitudine tra i due luoghi.

A partire da queste premesse e conoscendo la distanza tra Siene e Alessandria (circa 5000 stadi, dove 1 stadio valeva circa 157 metri), Eratostene ha potuto calcolare, per mezzo di una semplice proporzione, la misura della circonferenza e del diametro terrestre. Infatti, poiché $7^{\circ} 12'$ rappresentano un cinquantesimo dell'angolo giro (360°), anche la distanza Siene-Alessandria deve essere la cinquantesima parte della circonferenza terrestre.

Le stime della distanza tra le due città si basavano, nota curiosa, sul tempo impiegato dalle carovane dei cammellieri per percorrere tale tragitto, e sul tempo impiegato dai cosiddetti "corridori professionisti" per recapitare i messaggi tra le due città.

Nonostante l'originalità del metodo usato, in verità l'unico possibile per l'epoca, la stima che ne segue è molto precisa e consente ad Eratostene di ottenere un valore pari a circa 12 629 km (80 000 stadi), una misura straordinariamente vicina a quella oggi accettata (inferiore soltanto di circa 113 Km: il valore oggi accettato per il diametro terrestre è circa 12 742 Km).

Il risultato ottenuto da Eratostene è così vicino al vero, che ancora oggi si rimane sorpresi del fatto che con i mezzi a sua disposizione egli sia riuscito a produrre un valore tanto accurato.

La misura viene in seguito ripetuta diverse volte anche da altre persone, ma i valori ottenuti sono spesso differenti e contraddittori. Fra gli altri vi è il risultato calcolato da *Posidonio di Apamea* (135-51 a.C.) il quale, partendo dal calcolo della differenza di latitudine fra Rodi ed Alessandria, ottiene un valore nettamente inferiore a quello reale. Per ironia della sorte è proprio questa misura, detta in seguito "la piccola misura di Posidonio", a venire codificata dall'astronomo alessandrino Claudio Tolomeo (100-178 d.C.) che la inserisce nel suo libro di astronomia, il più famoso dell'antichità: l'*Almagesto*.



Figura 1.1: Il metodo di Eratostene per la misura del diametro terrestre

E' interessante far notare come tutti questi risultati fossero perfettamente noti alla commissione di esperti del Re Ferdinando di Spagna che alla fine del 1400 fu incaricata di esaminare la proposta di Cristoforo Colombo di raggiungere l'Oriente navigando verso Occidente. Gli esperti si opposero al progetto di Colombo perché, usando il valore originale di Eratostene, essi calcolarono correttamente di quanto l'India era ad ovest della Spagna, e conclusero che la distanza era eccessiva, mentre Colombo aveva eseguito una sua propria valutazione utilizzando il valore più piccolo riportato da Tolomeo. La spedizione, infatti, sarebbe miseramente fallita per l'impossibilità di coprire in mare aperto una distanza come quella che separa l'Europa dall'Oriente se Colombo non avesse incontrato, nel suo cammino, un nuovo continente.

Una storiografia distorta e maliziosa ha creato la leggenda di una idea consolidata che la Terra fosse piatta, contro cui il navigatore genovese dovette combattere anche in ambiente colto (i dotti dell'Università di Salamanca incaricati di valutare la fattibilità del suo progetto). In realtà l'idea che la Terra fosse sferica, sulla base di precisi argomenti astronomici, risale alla cultura greca ed era generalmente condivisa dalla maggior parte di studiosi e filosofi di fine Medio Evo.

Il seguente brano di Aristotele prova come la concezione della sfericità della Terra fosse ben radicata già a partire dal III sec. a.C. e nel contempo come la misura di Eratostene facesse invece fatica ad affermarsi:

“... ancora, l'osservazione delle stelle rende evidente non solo che essa è sferica, ma anche che non è di grandi dimensioni. Infatti un piccolo cambiamento di posizione verso sud o nord provoca una manifesta alterazione dell'orizzonte. Intendo che c'è un grande cambiamento nelle stelle che abbiamo sopra: le stelle sono viste in posizioni differenti, muovendosi a sud e a nord... Inoltre ci sono stelle visibili in Egitto o vicino a Cipro, che non sono viste nelle regioni settentrionali, e stelle, che nel nord sono sempre visibili, che nelle regioni meridionali sorgono e tramontano. Tutto ciò va nel senso di mostrare non solo che la terra è di forma circolare, ma anche che è una sfera di non grandi dimensioni; sennò l'effetto di un piccolo cambio in posizione non sarebbe così evidente. Quindi non è così incredibile ciò che alcuni affermano, che vi sia continuità tra le colonne d'Ercole e l'India e che via sia un unico Oceano.”

Aristotele (circa 350 a.C.): *De Coelo*, libro III

1.2 Aristarco (310 - 230 a.C.) misura la distanza Terra-Luna

Aristarco ricava la distanza della Luna dalla *durata di una eclisse lunare*: siamo negli anni attorno al 270 a.C. Il ragionamento è abbastanza semplice e si fonda sulla convinzione che la Terra sia di forma sferica e che la Luna ruoti attorno ad essa lungo una circonferenza di raggio R a velocità costante.

Il periodo T che impiega la Luna a percorrere un'orbita completa, perfettamente noto fin dai tempi antichi, ammonta a circa 27 giorni e 8 ore, ed è comunque facilmente ricavabile osservando quanto tempo serve al nostro satellite per ritornare nella stessa posizione rispetto alle stelle fisse. In questo periodo T la Luna percorre un cammino la cui lunghezza è pari alla misura della circonferenza $2\pi R$, dove R è la distanza Terra-Luna.

Una eclisse totale di Luna avviene quando Sole, Terra e Luna risultano perfettamente allineati: in questo caso il nostro satellite viene parzialmente o completamente (in funzione della precisione dell'allineamento) oscurato dall'ombra

della Terra. Le prime osservazioni di eclissi di Luna risalgono a tempi lontanissimi, per cui Aristarco, basandosi su quanto riportato dai testi antichi e sulle sue osservazioni dirette, riesce a stimare in circa tre ore il tempo t impiegato dal nostro satellite ad attraversare completamente l'ombra della Terra.

Una semplificazione introdotta da Aristarco consiste nel considerare la larghezza della zona d'ombra attraversata dalla Luna pari al diametro terrestre $2r$. Questo assunto non è corretto perché l'ombra ha forma conica e non cilindrica, e quindi si restringe allontanandosi dalla superficie terrestre (vedi figura). L'approssimazione di Aristarco non è comunque di grande entità e altera di poco il risultato finale.

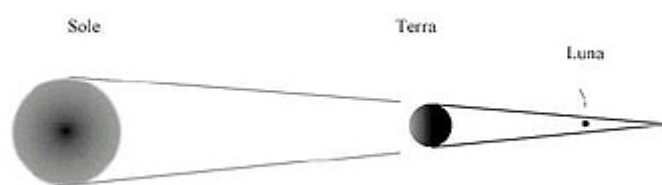


Figura 1.2: Durante le eclissi, la Luna attraversa completamente il cono d'ombra proiettato dalla Terra.

A questo punto basta impostare una semplice proporzione: il rapporto tra il tempo T impiegato dalla Luna a compiere una rivoluzione completa attorno alla Terra e il tempo t necessario ad attraversare il cono d'ombra è uguale al rapporto tra la lunghezza $2\pi R$ dell'orbita lunare e la lunghezza $2r$ della zona d'ombra.

In formule:

$$T : t = 2\pi R : 2r \quad (1.1)$$

Poiché il valore r del raggio terrestre era noto in precedenza dalle misure di Eratostene, da questa relazione Aristarco ottiene facilmente:

$$R/r \cong 60 \quad (1.2)$$

in perfetto accordo con la distanza media della Luna conosciuta oggi, pari a circa 60 raggi terrestri (cioè 384 000 km).

1.3 Aristarco e la misura del diametro lunare

La valutazione del diametro apparente della Luna veniva compiuta dai Greci misurando il tempo impiegato dalla Luna nel suo tramonto dal primo contatto con l'orizzonte all'ultimo: due minuti circa.

Due minuti sono contenuti 30 volte in un'ora e 720 volte in un giorno. Se il diametro lunare è contenuto 720 volte nell'angolo giro di 360° , il diametro angolare apparente del nostro satellite misura $1/2$ grado.

Poiché la Luna impiega 30 giorni circa per compiere un giro attorno alla Terra, vuol dire che percorre tra le costellazioni 12 gradi al giorno, equivalenti a 24 diametri lunari al giorno; *perciò la Luna percorre in cielo una distanza pari a un diametro lunare ogni ora.*

Ora avviene che durante le eclissi, la Luna per attraversare l'ombra della Terra impiega circa 4 ore. Ne consegue che il diametro lunare è contenuto all'incirca 4 volte nel diametro terrestre.

Se il diametro terrestre misura circa 12.800 Km (è il valore determinato da Eratostene), il diametro lunare misura

$$12800Km : 4 = 3200Km.$$

Il valore oggi accettato è di circa 3 470 km, molto vicino alla misura di Aristarco.

1.4 Aristarco misura la distanza Terra-Sole

Quando la Luna si trova nella fase di primo o ultimo quarto, e quindi metà della sua faccia rivolta alla Terra appare illuminata dal Sole, fra Terra Sole e Luna si forma un triangolo rettangolo con l'angolo retto sulla Luna.

Ora, in linea di principio, sembrerebbe abbastanza semplice misurare da Terra l'angolo compreso fra la visuale della Luna e quella del Sole: così facendo risulterebbe determinato anche il terzo angolo del triangolo, quello sul Sole (la somma degli angoli interni di un triangolo vale 180°). Come immediata conseguenza se ne deduce la possibilità di conoscere con precisione il rapporto fra le lunghezze dei lati del triangolo studiato.

In realtà l'operazione di misura è estremamente complessa e richiede la tecnologia fotografica per produrre un risultato accurato; la difficoltà maggiore consiste nel valutare "ad occhio" l'istante preciso in cui la Luna appare illuminata "perfettamente" a metà.

La misura dell'angolo viene posta da Aristarco pari a 87° , mentre il suo valore corretto risulta essere $89^\circ 51'$. L'imprecisione sembrerebbe piccola, ma essendo il valore in esame molto vicino all'angolo retto (90°), anche delle piccole variazioni rispetto all'entità reale introducono errori molto consistenti. Aristarco, infatti, conclude che il Sole è lontano 20 volte la distanza Terra-Luna, mentre nella realtà tale distanza è di ben 400 volte.

Il risultato, anche se molto approssimativo, è tuttavia sufficiente per dedurre che, poiché i due astri appaiono in cielo di grandezza quasi uguale, il Sole, per il

fatto di essere più lontano, deve essere molto più grande sia della Luna che della Terra. Una semplice proporzione geometrica tra triangoli rettangoli consente infine ad Aristarco di calcolare le dimensioni relative del Sole.

Infatti:

$$\frac{\text{DiametroSole}}{\text{DiametroLuna}} = \frac{\text{DistanzaTerraSole}}{\text{DistanzaTerraLuna}}$$

Poiché il secondo rapporto vale circa 20, risulta che il diametro del Sole è 20 volte maggiore di quello della Luna e circa 7 volte quello terrestre.

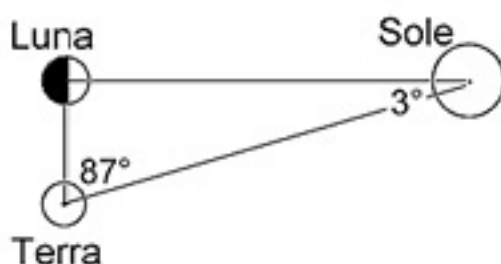


Figura 1.3: Quando si considerano angoli vicini all'angolo retto, anche delle piccole imprecisioni si ripercuotono enormemente sul risultato finale

Utilizzando la misura di Eratostene per il diametro della Terra, si arriva infine a queste misure:

$$\text{Diametro terrestre} = 12\ 629\ \text{km} \text{ (valore corretto } 12\ 740\ \text{km)}$$

$$\text{Distanza Terra-Luna} = 60\ \text{raggi terrestri} = 380\ 000\ \text{km} \text{ (valore medio corretto } 384\ 000\ \text{km)}$$

$$\text{Diametro Luna} = 1/3\ \text{diametro terrestre} = 4\ 209\ \text{km} \text{ (valore corretto } 3\ 476\ \text{km)}$$

$$\text{Distanza Terra-Sole} = 20\ \text{volte distanza Terra-Luna} = 7\ 600\ 000\ \text{km} \text{ (valore corretto } 149\ 600\ 000\ \text{km)}$$

$$\text{Diametro Sole} = 7\ \text{volte diametro terrestre} = 88\ 400\ \text{km} \text{ (valore corretto } 1\ 376\ 000\ \text{km)}$$

Ora, poiché si osserva che in genere sono i corpi più piccoli a girare intorno ai più grandi e non viceversa, Aristarco arriva anche alla conclusione, straordinaria per i tempi, che *avrebbe dovuto essere la Terra a girare intorno al Sole e non il Sole intorno alla Terra* come invece appariva ad un'osservazione affrettata.

E' la prima teoria eliocentrica della storia, ma non troverà credito fino all'epoca di Copernico e Galileo !!

Indice

1	La misura dell'Universo	1
1.1	Eratostene (273-192 a.C.) e le dimensioni del diametro terrestre	1
1.2	Aristarco (310 - 230 a.C.) misura la distanza Terra-Luna	3
1.3	Aristarco e la misura del diametro lunare	4
1.4	Aristarco misura la distanza Terra-Sole	5