

Capitolo 1

Teoria della misura

1.1 Il metodo sperimentale

E' difficile non rimanere affascinati dalla contemplazione di un cielo stellato, soprattutto se si ha la fortuna di trovarsi lontano dalle luci fastidiose delle grandi città come, ad esempio, in alta montagna, dove l'oscurità e la trasparenza dell'atmosfera esaltano appieno la bellezza del firmamento. Non pochi poeti si sono lasciati condurre da sensazioni simili per comporre versi straordinari, e altrettanti pittori, musicisti e scrittori hanno saputo trarne ispirazione per realizzare opere indimenticabili!

Uguali, di fronte al fascino e alla bellezza della Natura, sono le sensazioni emotive dell'Uomo di Scienza: diversa la forma che esse prendono, che non è quella della parola, della musica o del colore. Un cielo stellato potrà, cioè, far nascere nell'animo dello scienziato, del fisico, delle domande del tipo: "Qual è la natura delle stelle, quanto sono distanti, quanto sono luminose, come nascono e come producono energia e per quanto tempo, come e quando muoiono...?"

La contemplazione della Natura e dei suoi fenomeni diventa allora il punto di partenza per un'analisi che è fondamentalmente di tipo *quantitativo*. La domanda: "Quanto sono distanti le stelle che vediamo...?" necessita, per avere una risposta, di una misura, di un *numero*, di una espressione matematica che traduca lo stupore per la bellezza della realtà che ci circonda in un processo di osservazione e di valutazione, senz'altro più rigoroso e astratto di quello artistico, ma non per questo meno affascinante.

L'**osservazione** della realtà deve produrre un **processo di misura** e questo é il primo passo verso la meta finale della Scienza: la profonda comprensione della Natura e dei fenomeni che la regolano. Ma l'osservazione e la misura da sole non bastano. Per essere ragionevolmente sicuri che le teorie proposte a spiegazione dei fenomeni naturali siano corrette è fondamentale produrre degli **esperimenti** che controllino la validità dei presupposti teorici. E se le verifiche sperimentali non dovessero confermare le ipotesi di partenza, il destino di una data teoria

scientifico è segnato e non c'è motivo alcuno per continuare a tenerla in considerazione.

Questa stretta relazione tra speculazione teorica ed indagine sperimentale è un evento relativamente recente nella storia del pensiero occidentale: la filosofia antica, che pure ha il merito di fare il primo tentativo in direzione di una spiegazione razionale del mondo che ci circonda (tracciando quindi una separazione netta con le interpretazioni “mitologiche” e “magiche” della Natura), non si preoccuperà mai di produrre degli esperimenti a sostegno delle teorie prodotte, fermandosi ad una analisi di tipo prettamente qualitativo.

E' solo con la figura di **Galileo Galilei** (1564-1642) che, all'inizio del Seicento, si gettano le basi di un nuovo modo di indagare la natura, dove la conoscenza ha un oggettivo riscontro con la realtà solo a condizione di applicare una corretta procedura operativa, che da Galileo in avanti prenderà nome di **metodo scientifico**.

Con estrema sintesi, possiamo affermare che il metodo scientifico galileiano si fonda su questi tre punti essenziali:

1. **l'osservazione** dei fenomeni naturali deve essere compiuta attraverso una **misura numerica e quantitativa** delle proprietà dei corpi
2. la **matematica e la geometria** sono i mezzi più efficaci per analizzare le misure così ottenute e per estrarre da esse una teoria esplicativa di valore scientifico
3. **l'esperimento condotto in laboratorio** è un momento cruciale per la costruzione delle ipotesi e delle teorie poste a spiegazione dei fenomeni studiati, come anche per la verifica della loro correttezza.

E' importante sottolineare il fatto che le teorie scientifiche così ottenute *non possono mai essere considerate punti fermi indiscutibili, ma devono essere continuamente sottoposte alla prova e alla critica di nuovi e sempre più raffinati esperimenti.*

Quando necessario, le teorie devono essere riviste, corrette, migliorate, ed eventualmente rigettate se risultassero superate da nuove evidenze sperimentali.

1.2 Le grandezze fisiche

Come detto in precedenza, il *metodo scientifico* impone che l'indagine fisica sia circoscritta solo a quegli enti che è possibile quantificare, ossia sottoporre a un'operazione di misura: questi enti reali si chiamano *grandezze fisiche*. Qualunque speculazione teorica, ancorché logica e razionale, che formuli ipotesi su entità non misurabili è al di fuori dell'indagine scientifica e del suo raggio d'azione.

Le caratteristiche dei corpi come il colore, l'odore, la bellezza, l'utilità, oppure il fascino di una persona, la sua simpatia, il suo livello culturale rappresentano qualità evidentemente non quantificabili in modo oggettivo (anche su questioni importanti come il bene, il male, il senso della vita e della morte, l'amore, l'esistenza di Dio la Scienza non è in grado di pronunciarsi).

Altre caratteristiche degli oggetti, invece, come la massa, il peso, l'altezza, la lunghezza, la superficie, il volume, la densità, la temperatura, la velocità ... sono perfettamente misurabili ed esprimibili con un numero ben definito e la corrispondente unità di misura. Queste ultime proprietà sono dette grandezze fisiche.

In sintesi: *si definiscono **grandezze fisiche** le caratteristiche misurabili dei corpi.*

1.3 Misure dirette, indirette e con strumenti tarati

Vi sono tre tipi diversi di misure: dirette, indirette ed eseguibili con strumenti tarati.

Si esegue una **misura diretta** *quando si procede all'analisi di una grandezza attraverso il confronto con uno strumento campione assunto come unità di riferimento.*

Supponiamo, ad esempio, di voler conoscere la lunghezza di un'aula scolastica: è sufficiente prendere un metro campione e confrontare le due grandezze facendo scorrere l'unità di misura (il metro) lungo il lato del locale. Con la stessa procedura possiamo ottenere la massa di un corpo usando una bilancia a bracci uguali: sul primo piatto depositiamo l'oggetto di massa ignota, sul secondo piatto poniamo una massa campione. Dal loro confronto otteniamo il valore che ci interessa.

Si ottiene una **misura indiretta**, invece, tutte le volte *che il procedimento di misura avviene attraverso una espressione matematica, una formula, che fornisce il risultato mediante la combinazione algebrica di più misure note in modo diretto.*

Ad esempio, se volessimo calcolare la superficie della nostra aula scolastica, supposta di forma rettangolare, dopo aver ricavato per via diretta la sua lunghezza e la sua larghezza, dovremmo utilizzare la formula che ne esprime l'area:

$$\text{Area} = \text{larghezza} \times \text{lunghezza}.$$

Alcune grandezze fisiche, infine, si misurano utilizzando **uno strumento tarato**. *In questo caso si esegue una lettura di un indice mobile su una scala graduata, opportunamente regolata dal costruttore per il tipo di misure per le quali lo strumento è stato progettato.* Qualche volta, prima di iniziare l'esperimento, lo strumento necessita di una seconda taratura ad opera dello sperimentatore. Esempi di strumenti tarati sono i cronometri, i termometri, i tachimetri, gli amperometri ... Tali apparecchi si dicono *analogici* se la misura avviene attraverso la lettura di un indice mobile su di una scala graduata: si dicono, invece, *digitali* se il valore della grandezza compare direttamente in forma numerica su un opportuno display. Anche queste possono essere considerate misure dirette.

Gli strumenti tarati si differenziano tra loro per le seguenti proprietà:

Sensibilità: *è il più piccolo valore che lo strumento è in grado di misurare ed è rappresentato dalla singola suddivisione della scala graduata.* Nel caso di un comune righello da disegno, ad esempio, la sensibilità S è: $S = 1\text{mm}/\text{linea}$

Portata: *la portata è il massimo valore che lo strumento può misurare senza danneggiarsi e coincide spesso con il fondo scala, che è il numero riportato al termine della scala graduata.*

Prontezza: *è la rapidità con cui vengono segnalate le variazioni della grandezza studiata.* Un esempio di strumento di bassa prontezza è il termometro; uno di prontezza molto elevata è il cronometro.

1.4 Il Sistema Internazionale di Unità di Misura (S.I.)

Fino al 1960 si usavano contemporaneamente quattro diversi sistemi di misura. Tale varietà era imputabile a motivazioni storiche, di tipo teorico-pratico e, non ultimo, ad aspetti più prettamente economico-politici. In tale anno, però, la *Conferenza Generale dei Pesi e delle*

Misure riunitasi a *Sèvres* (vicino a Parigi) propone alla Comunità Scientifica Internazionale l'adozione di un unico sistema basato su sette grandezze fondamentali, più due supplementari, definite in modo univoco.

Queste sette grandezze sono: il tempo, la lunghezza, la massa, la temperatura, l'intensità di carica, la quantità di sostanza e l'intensità luminosa. Le due supplementari sono l'angolo piatto e l'angolo solido.

Tutte le altre grandezze con cui si ha normalmente a che fare nello studio della fisica, come la forza, la velocità o l'accelerazione, derivano dalle prime sette e sono esprimibili come una loro combinazione algebrica. La *velocità*, per esempio, è definita da uno spazio diviso il tempo impiegato per percorrerlo. Per questo motivo le prime si chiamano **grandezze fondamentali**, le seconde **grandezze derivate**.

Le unità di misura che servono per definirle costituiscono il **Sistema Internazionale di Unità**, detto anche **S.I.**, che è di gran lunga il sistema più usato nel mondo ed è quello a cui faremo sempre riferimento, se non diversamente accennato, nel corso del seguente testo.

La loro definizione è in appendice al capitolo. Qui di seguito ricordiamo l'unità di misura delle grandezze fondamentali e derivate che useremo più frequentemente in questo primo anno di corso:

<i>lunghezza</i>	metro (non il chilometro)
<i>tempo</i>	secondo (non l'ora, il minuto o il giorno)
<i>massa</i>	chilogrammo (non il grammo)
<i>velocità</i>	metri al secondo, m/s (non i chilometri all'ora)
<i>densità</i>	chilogrammi al metro cubo, kg/m^3

E' utile ricordare anche la seguente proprietà: *il chilogrammo è la massa pari a quella di un quantitativo di acqua distillata che alla temperatura di 4 °C occupa il volume di 1 dm³. Tale volume corrisponde alla capacità di un litro.*

Quindi, per la sola acqua distillata, si ha l'importante relazione:

$$1 \text{ kg} \rightarrow 1 \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \text{ litro.}$$

1.5 Norme di scrittura

Sono regole che riguardano il modo di scrivere le unità di misura S.I. e i relativi simboli:

- 1) Le unità di misura, anche se derivate da nomi propri, devono essere sempre scritte in caratteri minuscoli e senza accenti. Quindi *ampere*, e non Ampère o ampère. Le unità di misura, inoltre, rifiutano la s del plurale inglese: si scrive 12 *volt* e non 12 *volts*.
- 2) I simboli delle unità di misura devono essere scritti con l'iniziale maiuscola se derivano da nomi propri; con la minuscola in tutti gli altri casi. Quindi, W per *Watt* e Hz per *Hertz*, ma kg per *chilogrammo* e cd per *candela*.
- 3) I simboli delle unità non devono essere seguiti dal punto e devono essere sempre preceduti dal valore numerico. Per esempio, si scrive 30 *m*, non 30 *m.* (con il punto) e neanche *m* 30.
- 4) Se un'unità di misura non è accompagnata da un valore numerico, deve sempre essere riportata per esteso. Ad esempio: " il *chilogrammo* è l'unità di misura della massa".

1.6 Notazione scientifica

I limiti del campo numerico necessario per descrivere la realtà fisica nel suo complesso, dall'infinitamente piccolo del mondo atomico all'estremamente grande di quello astronomico, sono talmente estesi che la normale notazione numerica si dimostra, in molti casi, alquanto inefficace.

Scrivere, infatti, che il raggio di una particolare particella atomica è 0,000 000 000 245 *m*, o che un corpo celeste dista dalla Terra la bellezza di 566 800 000 000 000 000 000 000 *km*, non è sicuramente molto comodo.

La **notazione scientifica** consente di rappresentare ogni numero come il prodotto tra un'opportuna potenza di 10 e un coefficiente chiamato "mantissa", compreso tra 1 e 10.

In questo modo i due valori precedenti possono essere così rappresentati:

$$0,000\ 000\ 000\ 245\ \text{m} = 2,45 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

$$566\ 800\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ \text{km} = 5,668 \cdot 10^{23}\ \text{km}.$$

1.7 Unità di misura: multipli e sottomultipli

Il prefisso non dipende dal tipo di grandezza fisica considerata. Ad esempio, con *milli-* si intende sempre e solo la millesima parte dell'unità. Si potranno allora avere i seguenti casi: millimetro, millisecondo, milligrammo, milliampere, millivolt, milliwatt, millifarad, milliohm...

Una panoramica di multipli e sottomultipli è riportata in appendice (Fig.1.2), a cui si rimanda per completezza.

.....

Esempi:

$$2,56\ \text{Gm} = 2,56 \cdot 10^9\ \text{m}$$

$$25\ \text{ms} = 25 \cdot 10^{-3}\ \text{s} = 2,5 \cdot 10^{-2}\ \text{s}$$

$$0,0187\ \mu\text{g} = 0,0187 \cdot 10^{-6}\ \text{g} = 1,87 \cdot 10^{-8}\ \text{g}$$

$$125\ \text{cm}^2 = 125 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 1,25 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$$

$$8,76\ \text{km}^3 = 8,76 \cdot 10^9\ \text{m}^3$$

.....

1.8 Le cifre significative

Si definiscono **cifre significative** le cifre effettivamente misurate dallo strumento più la prima cifra incerta.

Come esempio supponiamo di misurare l'altezza di tre studenti di una classe utilizzando un semplice "metro a nastro", di quelli usati dai sarti, che hanno la sensibilità del centimetro, e di ottenere questi risultati: 180 cm, 182 cm, 179 cm.

Calcoliamo il valore medio x_m delle tre altezze:

$$x_m = 180,3333333333 \dots \text{ cm}$$

Sicuramente non ha molto senso scrivere il risultato in questo modo. Le infinite cifre decimali che compaiono sono frutto di un'operazione aritmetica, di un calcolo, e non di un reale processo di misura perchè lo strumento usato è in grado di misurare i centimetri, ma non i millimetri o grandezze più piccole. Il risultato deve allora essere riscritto considerando solo le **cifre significative** e buttando via le cifre in più ottenute. Ciò viene realizzato usando la **regola di approssimazione**, che può essere così enunciata:

in una misura, se l'ultima cifra significativa è seguita da 0, 1, 2, 3, 4, essa viene arrotondata per difetto, mentre se è seguita da 5, 6, 7, 8, 9, viene arrotondata per eccesso.

In questo caso, fermandosi ai centimetri, si perviene al seguente risultato:

$$x_m = 180 \text{ cm}$$

Analizziamo ora un risultato a cui si pervenga attraverso svariate operazioni di tipo algebrico diverso (somme, moltiplicazioni, radici...). E' la classica situazione che si presenta nella risoluzione di un esercizio o di un problema. In tal caso è bene attenersi alla seguente procedura:

1. Prima di affrontare il problema, prestare attenzione al numero di cifre significative con cui sono espressi i dati iniziali
2. Eseguire i calcoli parziali tenendo una o due cifre in più rispetto a quelle realmente necessarie (sono le cosiddette "cifre di controllo")
3. Quando si arriva al risultato finale, approssimarlo correttamente usando le seguenti due **regole semplificate per il calcolo veloce**, qui di seguito ricordate:
 - (a) *In una somma o differenza di misure, il risultato deve avere lo stesso numero di cifre DECIMALI della misura che tra i dati di partenza ne ha di meno.*
 - (b) *In un prodotto, in una divisione o in un elevamento a potenza (compreso l'estrazione di radice di qualunque indice), il risultato deve avere lo stesso numero di cifre significative GLOBALI della misura che tra i dati di partenza ne ha di meno.*

Attenzione alle seguenti precisazioni:

1) gli zeri non sempre sono cifre significative.

Ad esempio: 56,4002 ha sei cifre significative globali, quattro decimali; 12,400 ha cinque cifre significative globali e tre decimali, perché si suppone che sia stato possibile misurare anche il millesimo; il valore 0,0026 ha invece solo due cifre significative globali (e quattro decimali); 8,756 ha quattro cifre globali e tre decimali significative.

Infine: 0,0120 ha tre cifre globali e quattro decimali significative; il numero 120,01 cinque cifre significative globali e due decimali; il valore 901 ha tre cifre globali significative e nessuna decimale...

2) Da quanto detto in precedenza si deduce che, se per la matematica numeri come 3,5 o 3,500 sono perfettamente uguali (anzi, la seconda scrittura è pure considerata inutile), per la fisica e le scienze sperimentali essi rivestono un significato molto diverso: nel primo caso si comunica un valore che è stato possibile apprezzare solo fino al decimo, nel secondo caso la stessa grandezza risulta nota con una precisione che raggiunge il millesimo!!

Esempi:

$$3,883 \text{ g} + 15,7 \text{ g} = 4,583 \text{ g} = 4,6 \text{ g}$$

$$10,546 \text{ mm} + 0,450 \text{ m} = 10,546 \cdot 10^{-3} \text{ m} + 450 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 460,546 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,461 \text{ m}$$

$$5,377 \text{ m} \cdot 1,7 \text{ m} = 9,1409 \text{ m}^2 = 9,1 \text{ m}^2$$

.....

1.9 Appendice

Unità di tempo: *il secondo (s).*

E' l'intervallo di tempo durante il quale avvengono 9 192 631 770 oscillazioni tra due particolari stati atomici della radiazione emessa da un atomo di cesio ^{133}Cs .

Unità di lunghezza: *il metro (m).*

E' la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a $1/299\,792\,458 \text{ s}$. Il campione di riferimento è una sbarra di platino-iridio depositata presso Parigi, a Sèvres.

Unità di massa: *il chilogrammo (kg).*

E' la massa di un campione di platino-iridio depositato presso l'Ufficio Internazionale dei Pesi e delle Misure (Parigi, 1889).

Unità di temperatura: *il kelvin (K).*

E' l'intervallo che si ottiene dividendo per 273,16 il valore della temperatura del punto triplo dell'acqua, misurata con un termometro a ciclo di Carnot.

Unità di intensità di corrente elettrica: *l'ampere (A).*

E' l'intensità di corrente costante che fluisce tra due conduttori rettilinei, paralleli, posti nel vuoto ad una distanza di un metro, di sezione trascurabile, tale che la forza tra essi risulti uguale a $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ per ogni metro di conduttore.

Unità di intensità luminosa: *la candela (cd).*

E' l'intensità luminosa, in una direzione prefissata, di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ e la cui intensità energetica in tale direzione è $1/683 \text{ W/sr}$ (Watt/steradiante).

Unità di quantità di sostanza: *la mole (mol).*

E' la quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari (atomi, molecole, ioni...) quanti sono gli atomi in 0,012 kg di carbonio ^{12}C .

Unità di angolo piano: *il radiante (rad).*

E' un angolo piano con il vertice nel centro di una circonferenza di riferimento che sottende un arco di lunghezza uguale al raggio.

Unità di angolo solido: *lo steradiante (sr).*

E' un angolo solido con il vertice nel centro di una sfera di riferimento che sottende una calotta sferica la cui area è uguale a quella di un quadrato di lato uguale al raggio della sfera.

Prefissi del Sistema Internazionale S.I.				
<i>esponentiale</i>	<i>prefisso</i>	<i>simbolo</i>	<i>nome</i>	<i>equivalente decimale</i>
10^{12}	<i>tera</i>	T	bilione	1 000 000 000 000
10^9	<i>giga</i>	G	miliardo	1 000 000 000
10^6	<i>mega</i>	M	milione	1 000 000
10^3	<i>kilo o chilo</i>	k	mille	1 000
10^2	<i>etto</i>	h	cento	100
10^1	<i>deca</i>	da	dieci	10
	1		unità	1
10^{-1}	<i>deci</i>	d	decimo	0,1
10^{-2}	<i>centi</i>	c	centesimo	0,01
10^{-3}	<i>milli</i>	m	millesimo	0,001
10^{-6}	<i>micro</i>	μ	milionesimo	0,000 001
10^{-9}	<i>nano</i>	n	miliardesimo	0,000 000 001
10^{-12}	<i>pico</i>	p	bilionesimo	0,000 000 000 001

Fig.1.2 - Prefissi per multipli e sottomultipli.

Figure piane	area	lunghezza
quadrato	L^2	
triangolo	$\frac{1}{2}bh$	
rettangolo	bh	
rombo	$\frac{1}{2}Diag \cdot diag$	
trapezio	$(B_{magg} + b_{min}) \cdot \frac{h}{2}$	
cerchio	πR^2	circonferenza $2\pi R$
esagono	$semip \cdot apot$	
pentagono	$semip \cdot apot$	

Fig.1.3 - Formulario elementare di geometria piana.

Solidi	superficie	volume
cubo	$6L^2$	L^3
sfera	$4\pi R^2$	$\frac{4}{3}\pi R^3$
cilindro	$2\pi Rh$	$A_{base} \cdot h$
cono	$\pi R^2 + \pi R \cdot apot$	$\frac{1}{3}A_{base} \cdot h$
piramide	$A_{base} + semip \cdot apot$	$\frac{1}{3}A_{base} \cdot h$
parallelepipedo	$2A_{base} + 4A_{lat}$	abc

Fig.1.4 - Formulario elementare di geometria solida.