Capitolo 9

Fluidostatica

9.1 La pressione

Esistono fenomeni fisici difficilmente interpretabili utilizzando esclusivamente i concetti di forza e di peso.

Consideriamo, ad esempio, una persona di massa 70 kg che cammina sulla neve fresca: il suo peso tenderà a farla sprofondare nel manto nevoso e il semplice gesto di camminare sarà molto difficile da mettere in pratica. Supponiamo invece che la stessa persona si metta ai piedi un paio di sci oppure delle racchette da neve: le cose cambieranno radicalmente, e il movimento sulla neve soffice diventerà ora possibile.

Che cosa è cambiato tra le due situazioni? Non certo il peso complessivo, che è anzi aumentato in virtù della massa aggiuntiva degli sci o delle racchette da neve! La differenza consiste nel fatto che ora la forza peso totale è stata in qualche modo "distribuita" su una superficie d'appoggio più estesa: le dimensioni delle racchette, infatti, sono sensibilmente maggiori di quelle dei piedi di un uomo.

Presentiamo un altro esempio: supponiamo che, mentre stiamo tranquillamente camminando in strada, una fanciulla ci schiacci inavvertitamente un piede. Se porta delle scarpe da tennis, l'incidente non ha praticamente conseguenze; se invece calza scarpe munite di alti e sottili tacchi a spillo, la cosa non è propriamente "indolore"!

Anche questa volta la diversità degli effetti si spiega solo considerando il fatto che la forza peso si distribuisce, a seconda dei casi, su una superficie di ampiezza diversa....

Per interpretare correttamente questi esempi, dobbiamo introdurre una nuova grandezza fisica: la **pressione**.

Si definisce **pressione** P *il rapporto tra una forza* F *e la superficie* S *su cui essa è applicata.*

In simboli:

$$P = \frac{F}{S} \tag{9.1}$$

Se la forza $\mathbf{F}$ è inclinata di un angolo α rispetto alla superficie S, si deve considerare la sua componente perpendicolare:

$$P = \frac{F_{\perp}}{S} \tag{9.2}$$

Le unità di misura della pressione sono $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ a cui si dà nome *pascal* (simbolo Pa), in onore di Blaise Pascal (1623-1662), importante fisico francese del Seicento.[1] Come vedremo più avanti, il concetto di pressione gioca un ruolo fondamentale nello studio di liquidi e gas.

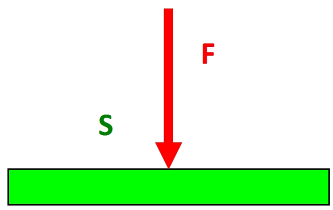

Fig. 9.1 - *La pressione P è definita come il rapporto tra una forza F e la superficie S su cui essa è applicata. Se F è inclinata rispetto a S, si deve considerare la sua componente perpendicolare* $F_{\perp}$.

9.2 Il principio di Pascal

Se applichiamo una forza di intensità F ad un pistone che comprime il liquido contenuto in un recipiente di forma sferica, sulla cui superficie sono presenti dei fori, vedremo che il fluido uscirà con getti di lunghezza pressappoco identica e sempre in direzione perpendicolare alla superficie del contenitore. La velocità di fuoriuscita del liquido, inoltre, sarà tanto più elevata quanto maggiore è l'intensità della forza applicata.

Tale fenomeno si spiega ammettendo che la pressione esercitata dal pistone si trasmetta invariata a tutto il liquido. La formalizzazione di ciò va sotto il nome di **principio di Pascal**:

Una pressione esercitata in un punto qualsiasi di un fluido si trasmette con la stessa intensità in ogni altro punto del fluido, comprese le pareti del recipiente, e le forze generate sono ovunque perpendicolari alla superficie del contenitore.

[1] Blaise Pascal (Clermont-Ferrand, 19 giugno 1623 – Parigi, 19 agosto 1662) è stato un matematico, fisico, filosofo e teologo francese. Diede contributi fondamentali nello studio dei fluidi e fu l'inventore del primo esemplare di calcolatore meccanico. Famosissima la sua opera *I Pensieri*, in cui si dedica a riflessioni religiose e filosofiche in seguito alla sua conversione al cristianesimo.

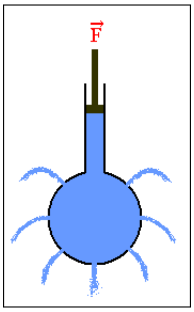

Fig. 9.2 - *Principio di Pascal: la pressione del pistone si propaga inalterata in tutti i punti del fluido. I getti d'acqua hanno tutti la stessa intensità e la loro direzione è ovunque perpendicolare alla superficie del contenitore.*

Il torchio idraulico

Le applicazioni del principio di Pascal sono molteplici e le ritroviamo alla base del funzionamento di molti congegni meccanici il cui scopo è quello di moltiplicare la forza applicata attraverso un circuito idraulico che sfrutti le conseguenze pratiche di tale principio.

Una moto o una autovettura che si muovano anche ad alta velocità, ad esempio, possono essere agevolmente fermate con l'applicazione di una piccola forza (del piede o delle dita di una mano) sul pedale del freno.

Il funzionamento del sistema frenante di una autovettura è una evidente applicazione del principio di Pascal. Per spiegare come ciò sia possibile prendiamo ad esempio il cosiddetto *torchio idraulico,* un sistema meccanico in cui due cilindri di sezioni diverse S_1 e S_2 sono tra loro collegati da un condotto riempito da un opportuno fluido (in genere olio). I cilindri sono chiusi da uno stantuffo che, sotto la spinta di una forza F, può muoversi in direzione verticale e imprimere al fluido una pressione di intensità variabile a piacimento.

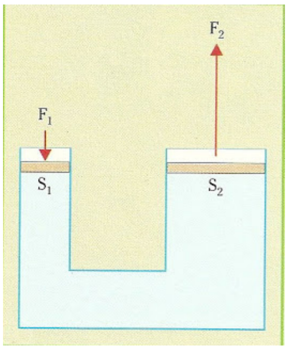

Fig.9.3 - *Torchio idraulico e principio di Pascal.*

Poiché è opportuno che le superfici dei due cilindri siano tra loro diverse, poniamo $S_2 = n\,S_1$ con "n" numero intero grande a piacere.

Applichiamo una forza F_1 alla superficie S_1. Ciò genera una pressione:

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1}.$$

Per il principio di Pascal, tale pressione si propaga con la stessa intensità in ogni punto del fluido, quindi anche sul secondo stantuffo di sezione S_2, con un valore P_2 identico al precedente.

Posso allora scrivere:

$$P_2 = P_1$$

$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} \quad \longrightarrow \quad F_2 = S_2\,\frac{F_1}{S_1} \quad \longrightarrow \quad F_2 = \frac{nS_1}{S_1}\,F_1$$

$$F_2 = n\,F_1$$

Abbiamo così moltiplicato la forza iniziale di “n” volte il suo valore. Variando opportunamente le dimensioni delle due superfici, possiamo ottenere un fattore moltiplicativo grande a piacimento: una piccola forza può quindi essere aumentata di 10, 100, 1 000 ...... volte.

9.3 La legge di Stevino

Consideriamo una colonna di fluido in un recipiente che, solo per motivi di comodità, assumeremo di forma cilindrica e di sezione S.

Si definisce **pressione idrostatica** P_i *la pressione dovuta al peso di un fluido sul fondo del recipiente che lo contiene.*

Più in generale, possiamo parlare di *pressione idrostatica* anche in riferimento ad un generico punto posto ad una profondità h rispetto alla superficie di contatto tra il fluido e l’atmosfera sovrastante.

In formule:

$$P_i = \frac{Peso\,fluido}{Superficie} = \frac{mg}{S}$$

Esprimiamo la massa del fluido come prodotto tra la sua densità d e il volume V, ricordando che il volume V di un cilindro si ottiene moltiplicando la superficie di base S per l’altezza h.

La formula precedente diventa:

$$P_i = \frac{mg}{S} = \frac{dVg}{S} = \frac{dShg}{S} = dgh.$$

Otteniamo così, dopo aver semplificato per la superficie S, la **legge di Stevino**:[2]

$$P_i = dgh \tag{9.3}$$

La *pressione idrostatica* dipende quindi dalla densità del fluido d e aumenta in modo direttamente proporzionale ad h. E’ importante sottolineare come essa *sia indipendente dalla massa del fluido o dalla forma del recipiente*, perché queste informazioni non compaiono nell’equazione finale.

Infine, se è nostra intenzione calcolare la *pressione totale*, dobbiamo considerare il contributo della pressione amosferica perché, per il principio di Pascal, questa si propaga con lo stesso valore in ogni punto del fluido a qualunque profondità. Il calcolo corretto della *pressione totale* conduce alla seguente espressione:

$$P_{totale} = P_{atm} + P_i = P_{atm} + dgh \tag{9.4}$$

[2]Simon Stevin, noto anche come Simone di Bruges, latinizzato in Simone Stevino (Bruges, 1548 – L’Aia, 1620), è stato un ingegnere, fisico e matematico fiammingo.

9.4 I paradossi idrostatici

Un *paradosso* é una situazione in cui si verifica non solo qualcosa di totalmente inaspettato, ma addirittura di contrario a quanto ragionevolmente atteso.

Alcuni paradossi idrostatici sono particolarmente importanti: il più famoso è quello detto della **botte di Pascal**.

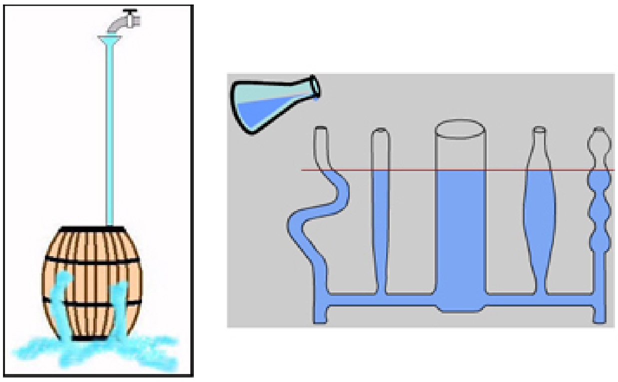

Fig.9.4 - *La botte di Pascal (a sinistra) e il principio dei vasi comunicanti (a destra).*

La leggenda racconta che una sera Pascal cercò ristoro in una locanda pur sapendo di non avere soldi in tasca. Quando l'oste gli chiese di pagare il conto, Pascal gli propose una sfida: rompere una robusta botte di legno (piena di vino) utilizzando il contenuto di un piccolo boccale di acqua. L'oste, certo di vincere la sfida, accettò e disse allo stesso Pascal che gli avrebbe condonato il conto se ci fosse riuscito. Pascal collegò alla botte, sigillandolo accuratamente, un sottile tubicino alto diversi metri ... e non appena cominciò a versarvi dentro l'acqua, la botte si frantumò, lasciando i presenti sbigottiti e l'oste infuriato!

Leggenda a parte, il paradosso consiste nel fatto che nessuno, oste compreso, si sarebbe mai aspettato che un piccolo quantitativo di acqua potesse esercitare una pressione di entità tale da sfasciare una botte, mentre la legge di Stevino ci dice che, a determinare il valore della pressione idrostatica, non è la massa, ma l'altezza della colonna del fluido, in questo caso particolarmente elevata...

Un altro importante paradosso idrostatico prende il nome di **principio dei vasi comunicanti**.

Il principio afferma che *un liquido versato in contenitori di forma diversa, collegati tra loro, raggiunge in tutti la stessa quota, a condizione che le singole sezioni non siano particolarmente piccole.*

La spiegazione del fenomeno si basa sull'applicazione della legge di Stevino: il fluido si diffonde in tutti i vasi in modo tale da raggiungere una situazione di equilibrio che è ottenuta solo quando la pressione nei punti di raccordo tra i singoli vasi e il tubo che li mette in comunicazione è la stessa. Se così non fosse, infatti, il moto del liquido da un recipiente all'altro continuerebbe senza interruzione dai punti a pressione maggiore verso quelli a pressione minore.

Per motivi di semplicità, supponiamo che il tubo di raccordo sia posizionato sul fondo dei singoli recipienti, come in figura 9.4, e sia posto in direzione orizzontale. Affinché la pressione idrostatica nel tubo di comunicazione sia uguale in ogni punto, è necessario che le altezze delle colonne di fluido nei cinque recipienti in figura siano le stesse,[3] così come richiesto dalla legge di Stevino. Infatti:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5$$

$$dgh_1 = dgh_2 = dgh_3 = dgh_4 = dgh_5$$

Semplificando la densità e l'accelerazione di gravità, si ottiene:

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5$$

Abbiamo quindi dimostrato che la situazione di equilibrio è ottenuta solo se in ogni vaso la colonna di fluido raggiunge la stessa quota h, qualunque sia la forma o la dimensione del recipiente considerato.

Un caso particolarmente interessante è quello relativo al cosiddetto **tubo ad U**.

Questa volta siamo in presenza di due soli vasi comunicanti, riempiti con fluidi dalla densità diversa. I fluidi devono essere *non miscibili*, in modo che essi rimangano nettamente separati e possa essere individuata con chiarezza la superficie di separazione. Rispondono a questa richiesta l'acqua abbinata all'alcol, all'olio o alla benzina. Il fluido meno denso tenderà ad adagiarsi sopra quello più denso.

Dopo aver versato i due liquidi nel tubo ad U, si nota come le colonne di fluido nei due rami non raggiungano la stessa altezza: il liquido meno denso dovrà sviluppare una quota maggiore per poter equilibrare la pressione idrostatica del fluido più denso.

All'equilibrio (quando i fluidi non si muovono più), la pressione idrostatica in punti che si trovino allo stesso livello h nel ramo di destra e in quello di sinistra, deve essere la stessa. Prendiamo come livello di riferimento la quota relativa alla superficie S di separazione dei due fluidi (fig.9.5). Al di sopra di tale posizione, nel ramo di sinistra, la pressione idrostatica è data solo dal liquido 1; nel ramo di destra, invece, la pressione è dovuta solo alla colonna di fluido 2.

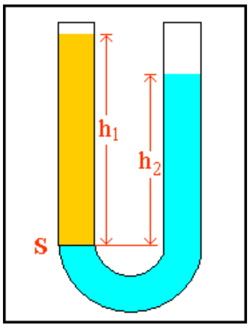

Fig.9.5 - *Tubo ad U usato con liquidi non miscibili.*

Valgono le seguenti uguaglianze, dedotte dalla legge di Stevino:

$$P_{1i} = P_{2i}$$

$$d_1gh_1 = d_2gh_2$$

Le quantità h_1 e h_2 sono facilmente misurabili. Motivo per cui, supposta nota la densità del secondo fluido (in genere acqua), si può ottenere la densità del primo fluido, qualora tale

[3]Il principio dei vasi comunicanti non vale in presenza di tubi dalla sezione particolarmente piccola, detti **capillari**. In questi casi, dalla complessa spiegazione scientifica, il livello del fluido sale oltre il livello comune di equilibrio, come avviene per l'acqua, oppure, nel caso del mercurio, scende verso il basso....

valore fosse ignoto:

$$d_1 = \frac{h_2}{h_1}\, d_2.$$

9.5 L'esperimento di Torricelli

Le riflessioni di Evangelista Torricelli[4] sulla legge di Stevino lo indussero a pensare che, poiché *viviamo sul fondo di un oceano d'aria*, cioé l'atmosfera, dovesse esistere anche una pressione idrostatica causata dall'aria stessa, sebbene, di fatto, noi non ci rendiamo conto della sua esistenza.

L'esperimento con cui Torricelli nel 1644 dimostrò la correttezza delle sue ipotesi è una delle più famose della storia della fisica.

A tal fine prese un piccolo recipiente e lo riempì parzialmente di mercurio (simbolo chimico Hg). Utilizzò poi un sottile tubo di vetro lungo circa un metro, chiuso ad una estremità, e lo riempì, questa volta completamente, di mercurio. Capovolgendo il tubo ed immergendo la sua estremità aperta appena sotto il livello del fluido presente nel recipiente, notò come il mercurio contenuto nel tubo, scendendo verso il basso, si fermava sempre ad una quota fissa di 76 cm.

Se il tubo di vetro aveva una lunghezza inferiore a 76 cm, il movimento di discesa non aveva neppure inizio e il tubo rimaneva completamente pieno.

Torricelli si chiese perchè il tubo non si svuotasse completamente. La sua spiegazione fu la seguente: quando il mercurio si ferma a 76 cm, il fluido è in equilibrio. Torricelli ragionò su ciò che succedeva all'estremità aperta del tubo di vetro, attraverso la quale il fluido defluiva nel recipiente. In questo punto era sicuramente presente una pressione idrostatica, diretta verso il basso, data dalla colonna di 76 cm di mercurio sovrastante. In condizione di equilibrio, però, doveva operare anche una pressione di uguale intensità diretta verso l'alto. Torricelli si convinse che questa pressione non poteva essere niente altro che la pressione atmosferica che, agendo sulla superficie del fluido contenuto nella bacinella, si propagava per il principio di Pascal a tutti gli altri punti del fluido, compresi quelli situati all'estremità inferiore del tubo di vetro.

Lo scienziato potè così scrivere la seguente relazione:

$$P_{atm} = P_i$$

$$P_{atm} = d_{Hg} g h \; = 13\,600\, \tfrac{kg}{m^3} \cdot 9,81\, \tfrac{N}{m^2} \cdot 0,76\, m \; \backsimeq 101\,396\, \tfrac{N}{m^2}$$

Oggi si considera *pressione atmosferica normale o standard* quella misurata alla latitudine di 45°, al livello del mare e ad una temperatura di 0 °C, che corrisponde ad una colonna di mercurio di 760 mm, e il cui valore risulta essere:

$$P_{atm} = 101\,325\, Pa \tag{9.5}$$

Questo esperimento permise a Torricelli non solo di dimostrare l'esistenza della pressione atmosferica, calcolandone addirittura il valore con elevata precisione, ma gli consentì di affermare che nella parte del tubo di vetro lasciata libera dal mercurio si era venuto a formare ... *il vuoto!!*

[4]Evangelista Torricelli (Faenza, 15 ottobre 1608 – Firenze, 25 ottobre 1647) è stato un matematico e fisico italiano. Fu allievo di Galileo Galilei e poi nominato dal Granduca Ferdinando II de' Medici matematico di Corte dopo la morte del maestro.

Un tale risultato era della massima importanza scientifica e filosofica, poiché contrario a quanto ancora si credeva in virtù delle conclusioni a cui era giunta la fisica aristotelica, secondo la quale la Natura manifestava un *"horror vacui"* che rendeva impossibile la formazione del vuoto...

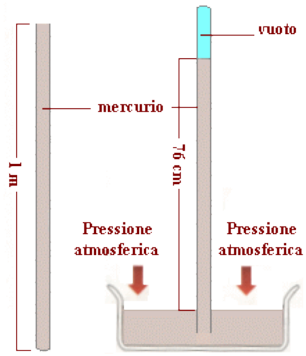

Fig.9.6 - *Esperimento di Torricelli e pressione atmosferica.*

L'esperienza può essere ripetuta tranquillamente anche senza fare uso del mercurio: l'elevata densità di questo elemento, però, ne facilita la realizzazione. Se si usasse la comune acqua, infatti, che è 13,6 volte meno densa, per sviluppare una pressione idrostatica pari alla pressione atmosferica ci sarebbe bisogno di una colonna di fluido 13,6 volte più alta: circa 10 metri, quindi, contro i più "gestibili" 76 cm !!

9.6 La pressione atmosferica e il "vuoto"

Per dare un'idea dell'entità della pressione atmosferica, possiamo dire che essa è equivalente alla forza peso generata da una massa di 10 000 kg posta su una superficie di 1 m^2, oppure dalla massa di 1 kg su 1 cm^2.

Come è allora possibile che *non ci accorgiamo* della sua esistenza? Un tavolo, ad esempio, dovrebbe rompersi, e noi dovremmo sentirci schiacciati.

Torricelli comprese correttamente che gli effetti non si fanno sentire per un motivo molto semplice: ogni corpo è circondato dall'aria in ogni direzione, quindi la pressione atmosferica agisce in modo tale da annullarsi automaticamente.

Nel caso del tavolo, ad esempio, l'aria è presente sia sopra che sotto il piano d'appoggio e gli effetti si neutralizzano. Non sarebbe così se, con una pompa a vuoto, potessimo aspirare l'aria da una delle due parti: in questo caso la pressione che preme, ad esempio, dall'alto verso il basso, non sarebbe più equilibrata da una pressione di entità analoga in direzione opposta, e il tavolo si sfascerebbe...

Esperienze di questo tipo possono essere facilmente realizzate in laboratorio, ma su piccoli oggetti, all'interno o al di sotto dei quali è possibile creare il vuoto con un pompa pneumatica. In questa situazione è immediato notare come l'entità della pressione atmosferica porti inevitabilmente alla rottura dei corpi studiati.

Il corpo umano contiene aria al suo interno e nei polmoni: esiste quindi una pressione, pari a quella atmosferica, che, agendo dall'interno del corpo verso l'esterno, ne annulla gli effetti, altrimenti mortali.

La **pressione atmosferica normale o standard** *è quella misurata alla latitudine di 45°, al livello del mare e ad una temperatura di 0 °C, che corrisponde ad una colonna di mercurio di 760 mm.*

Nelle altre unità di misura si ha:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr} = 101\ 325 \text{ Pa} = 1\ 013{,}25 \text{ mbar}$$

dove valgono le seguenti equivalenze:

1 mmHg (millimetro di mercurio) = 1 torr (1 torricelli)

1 bar = 100 000 Pa

1 mbar (millibar) = 100 Pa.

Con la diffusione dell'uso del *Sistema Internazionale* anche in ambito meteorologico, la pressione atmosferica si misura in ettopascal (centinaia di Pascal) il cui simbolo è hPa.

Poiché il millibar equivale all'ettopascal, si ha anche:

1 013,25 mbar = 101 325 Pa = 1 013,25 hPa.

Verifiche dell'esperienza di Torricelli

Quando Pascal venne a conoscenza dei risultati ottenuti da Torricelli ne fu profondamente colpito, ma sapeva bene che per vincere le resistenze dettate dal senso comune bisognava confermare in modo indiscutibile quanto dimostrato dal fisico italiano.

Per questo motivo, Pascal concepì nel 1648 una prova risolutiva. Rifece l'esperimento sulla sommità del Puy de Dôme (1500 metri di quota), nel Massiccio Centrale della Francia, e lì notò come il livello della colonna di mercurio risultò più basso di alcuni centimetri rispetto alla pianura.

Pascal interpretò correttamente questa variazione come conseguenza della diminuzione della pressione d'aria per l'altitudine, il ché provava la correttezza delle conclusioni a cui era giunto Torricelli.

Altitudine in m.	% di 1 atm	Altitudine in m.	% di 1 atm
1 000	88,6	10 000	26
2 000	78,5	20 000	6,9
4 000	60,6	30 000	1,2
6 000	46,5	48 500	0,1
8 000	35	69 400	0,01

Fig.9.6 - *Variazioni percentuali della pressione atmosferica con la quota*

Una famosa esperienza volta a dimostrare pubblicamente gli effetti spettacolari del "vuoto" in presenza della pressione atmosferica fu compiuta nel 1656 da **Otto von Guericke**, giurista, fisico e *borgomastro* (sindaco) della città tedesca di *Magdeburgo.*[5]

[5] Otto von Guericke eseguì per la prima volta l'esperimento degli emisferi l'8 maggio 1654 a Ratisbona alla presenza del Reichstag e dell'imperatore Ferdinando III; in quell'occasione vennero impiegati 30 cavalli, divisi in due gruppi di 15.

Venuto a conoscenza degli studi di Torricelli, fu il primo realizzare una pionieristica pompa a vuoto che poi utilizzò per aspirare l'aria all'interno di una coppia di semisfere cave di ottone di circa 40 cm di raggio.

L'esperienza, detta degli **emisferi di Magdeburgo**, fu compiuta davanti ad un folto pubblico e alle autorità locali, e divenne presto celebre in tutta l'Europa. Dopo aver posto a contatto le due semisfere, appoggiandole semplicemente una all'altra, Guericke ne estrasse l'aria dall'interno: la forza sviluppata dalla differenza di pressione con l'esterno fu tale che due tiri di 8 cavalli per parte non furono in grado di separarle.

In condizioni normali, invece, la presenza di aria all'interno delle sfere tende a neutralizzare la pressione esterna, e una forza pari al peso delle due semisfere è sufficiente a dividerle.

Fig.9.7 - *L'esperienza degli emisferi di Magdeburgo in una stampa dell'epoca (a sinistra).*

Gli effetti del vuoto sono facilmente visibili anche su alcuni semplici oggetti dall'uso quotidiano.

Consideriamo, per esempio, le piccole ventose di plastica dotate di gancio utilizzate come appendioggetti nelle cucine. Premendo la ventosa su una parete liscia, l'aria tra la parete e la superficie di gomma viene soffiata via. In questo modo si forma un "vuoto parziale" al di sotto della ventosa, e questa rimane attaccata alla parete per gli effetti dell'atmosfera che preme dall'esterno.

Supponendo che la superficie della parte in gomma sia approssimativamente di 10 cm^2 e che l'aria sia stata "espulsa" solo parzialmente, ma in modo sufficiente da creare una differenza di pressione con l'esterno di circa 20 000 Pa, la forza necessaria per staccare la ventosa dalla parete risulta essere:

$$F = \mathrm{P} \cdot S = 20\,000\ Pa \cdot 10\ cm^2 = 20\ \mathrm{N}$$

valore con cui si può sostenere una massa di circa 2 kg!

9.7 Il principio di Archimede

Una leggenda racconta che Gerone II, tiranno di Siracusa, fece costruire da un valente orafo una corona d'oro a forma di rami intrecciati, per porla sul capo di una statua rappresentante una dea. Tuttavia, quando ricevette l'opera, ebbe il sospetto che l'orafo potesse aver sostituito parte dell'oro con metalli meno pregiati.

Per questo motivo il tiranno chiese ad Archimede (287 a.C. - 212 a.C.)[6] di determinare se la corona fosse veramente d'oro massiccio.

Il problema non era di facile soluzione, anche perché la corona doveva restare integra. Archimede trovò la soluzione mentre stava entrando nella vasca da bagno osservando che, nell'immergersi, l'acqua traboccava dalla vasca. Intuendo il principio che oggi porta il suo nome, egli capì come poter risolvere il quesito che gli era stato sottoposto. Archimede fu così felice della sua scoperta che si alzò repentinamente dalla vasca e corse per Siracusa, così com'era, gridando: EUREKA!! (ho trovato !!!).

Il principio che intuì Archimede, e che da allora prende il suo nome, afferma:

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto S_A pari al peso del fluido spostato.

In formule:

$$S_A = P_{fluido} = mg_{\,fluido} = dVg_{\,fluido}$$

$$S_A = dVg_{\,fluido} \tag{9.6}$$

Archimede dimostrò che l'orafo aveva imbrogliato Gerone appendendo, ai due estremi di un bilanciere, da una parte la corona e dall'altra una massa uguale d'oro puro.

Poiché il peso dei due oggetti è uguale, il bilanciere è in perfetto equilibrio (e questo come conseguenza dei principi delle leve, scoperti da Archimede stesso). Ma se la corona non è completamente d'oro e una consistente parte del prezioso metallo è stata sostituita, ad esempio, da argento, che ha una densità minore, il suo volume risulterà leggermente maggiore di quello che dovrebbe essere. Infatti, per ottenere con l'argento una massa pari a quella dell'oro sostituito, ne occorre un quantitativo superiore che occupa, di conseguenza, un volume più elevato.

Se ora immergiamo i due oggetti in un fluido, acqua ad esempio, la spinta di Archimede sarà diversa, perché è differente il loro volume: la corona riceve una spinta verso l'alto più intensa di quella che interessa il quantitativo d'oro puro, e la bilancia non è più in equilibrio.

Ciò é precisamente quanto successe. Inutile dire che l'orafo fece una brutta fine !

Fig.9.8 - *La corona e una massa uguale d'oro puro hanno lo stesso peso (a sinistra). Se la corona ha un volume maggiore, perchè parte dell'oro è stata sostituita con materiali meno densi, immersa in un fluido tende a salire verso l'alto (a destra).*

[6] Archimede di Siracusa (Siracusa, circa 287 a.C. – Siracusa, 212 a.C.) è stato un matematico, ingegnere, fisico e inventore. È uno dei massimi scienziati della storia.

Il problema del galleggiamento

Il principio di Archimede consente di risolvere il problema del galleggiamento. Un corpo immerso in un fluido é sottosposto all'azione di due forze: il suo peso P, diretto verso il basso, e la spinta di Archimede S_A, che è una forza diretta verso l'alto.

Si possono verificare i seguenti tre casi:

$S_A < P \quad \longrightarrow \quad$ il corpo affonda

$S_A > P \quad \longrightarrow \quad$ il corpo risale in superficie

$S_A = P \quad \longrightarrow \quad$ il corpo galleggia.

Quando un corpo galleggia, si trova in una posizione di perfetto equilibrio. Ciò può verificarsi sia quando l'oggetto è completamente immerso in acqua (un pesce o un sommergibile fermi a 10 metri sott'acqua *galleggiano*, perché non sono interessati da un movimento verso l'alto o verso il basso), sia quando il corpo si trova in superficie, con solo una parte del suo volume immersa nel fluido (come avviene per una barca, ad esempio, o una boa).

In questo ultimo caso si può calcolare facilmente la percentuale di volume immersa rispetto al volume totale del corpo. Infatti, poiché il galleggiamento è una situazione di equilibrio, la spinta di Archimede S_A e il peso P si equivalgono:

$$S_A = P$$

$$mg_{\,fluido} = mg_{\,oggetto}$$

$$dVg_{\,fluido} = dVg_{\,oggetto}$$

Semplificando a destra e a sinistra per *g*, si ottiene:

$$dV_{\,fluido} = dV_{\,oggetto}$$

$$\frac{V_{fluido}}{V_{oggetto}} = \frac{d_{oggetto}}{d_{fluido}}$$

Considerando, infine, che per logica il volume immerso dell'oggetto è uguale al volume del fluido spostato, posso scrivere:

$$\frac{V_{immerso}}{V_{oggetto}} = \frac{d_{oggetto}}{d_{fluido}}$$

proporzione che, se moltiplicata per 100, fornisce il rapporto percentuale dei volumi in funzione delle densità.

Come esempio, consideriamo un pezzo di ghiaccio di densità 920 kg/m^3 immerso in acqua (densità 1000 kg/m^3). Il ghiaccio galleggierà con una parte di volume immerso, rispetto al volume totale, data da:

$$\frac{V_{immerso}}{V_{oggetto}} = \frac{d_{oggetto}}{d_{fluido}} = \frac{920\,kg/m^3}{1000\,kg/m^3} = 0,92$$

pari ad una percentuale del 92%.

Ecco perché si dice, giustamente, che ciò che si vede emergere dalle acque di un iceberg è solo un decimo del suo volume totale!

Se poi il corpo studiato ha forma regolare, ad esempio un cubetto di ghiaccio di 5 cm di lato messo in un bicchiere per raffreddare una bevanda, ecco che è possibile ottenere anche la precisa posizione della **linea di galleggiamento**: essa sarà situata al 92% della lunghezza del lato. In questo caso, a $0{,}92 \cdot 5$ cm = 4,6 cm dal fondo del cubetto!

Deduzione del principio di Archimede dalla legge di Stevino

Abbiamo affermato che un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari a:

$$S_A = dVg_{\,fluido}$$

Ne forniamo ora la dimostrazione a partire dalla legge di Stevino.

A tal fine consideriamo un corpo cilindrico di densità d, superficie di base S e altezza h, completamente immerso in acqua. La parte superiore del cilindro sia ad una profondità h_1 rispetto alla superficie del fluido, mentre la base del cilindro sia ad una profondità h_2. Per la legge di Stevino, su queste due superfici grava una pressione idrostatica rispettivamente pari a:

$P_1 = dgh_1$ (diretta verso il basso) e

$P_2 = dgh_2$ (diretta verso l'alto)

Sul corpo immerso si può così sviluppare una pressione totale pari alla differenza $P_2 - P_1$ (diretta verso l'alto, perché $P_2 > P_1$).

Possiamo così scrivere:

$$P_{tot} = P_2 - P_1 = dg\,(h_2 - h_1) = dgh$$

Questa differenza di pressione, applicata alla superficie di base S del cilindro, equivale ad una forza F diretta verso l'alto di intensità:

$$F = F_2 - F_1 = (P_2 - P_1)\,S = P_{tot}\,S = dghS = dgV$$

dove $V = h{\cdot}S$ è il volume del cilindro, il quale, essendo completamente immerso, è per logica uguale al volume V del fluido spostato.

In definitiva abbiamo ottenuto per via algebrica l'espressione, già nota, della spinta di Archimede:

$$F = dgV = S_A.$$

Nella dimostrazione abbiamo trascurato la pressione idrostatica che agisce *sulla superficie laterale* del cilindro e che va anche essa aumentando scendendo in profondità. Ciò è stato possibile fatto perché essa agisce sul cilindro da ogni parte e lungo ogni direzione a 360°, dando così un contributo totale nullo.

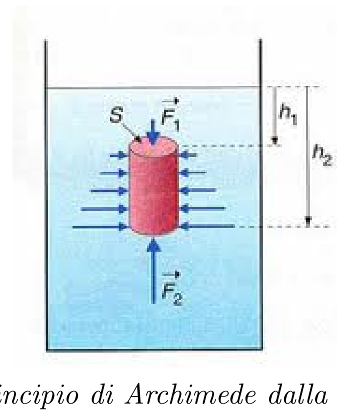

Fig.9.9 - *Deduzione del principio di Archimede dalla legge di Stevino: le pressioni idrostatiche che agiscono sulla superficie laterale si annullano a vicenda.*