

ESERCIZI: Capitolo n. 4

Regressione lineare: retta dei minimi quadrati

1. Usare il metodo dei minimi quadrati per trovare la retta $y = A + Bx$ che meglio si adatta ai punti (1,12); (2,13); (3,18); (4,19). Si mettano in grafico sia i punti che la retta.

$$[y = 2,6x + 9]$$

2. Uno studente misura la pressione P di un gas a differenti temperature T , mantenendo il volume V fissato. I suoi dati dovrebbero adattarsi ad una equazione del tipo $T = a + bP$, dove la costante "a" esprime lo zero assoluto della temperatura, misurato in -273° Celsius. Trovare la stima dello studente per il valore dello zero assoluto e il suo errore percentuale dopo aver riportato i dati e la retta di regressione in un grafico cartesiano.

P (mm mercurio)	79	82	85	88	90
T ($^\circ$ Celsius)	8	17	30	37	52

$$[T_0 = -255; \varepsilon\% = 6,6\%; T = 3,33P - 255]$$

3. Determinare la relazione esistente tra l'altezza h del livello dell'acqua che cade in un recipiente e il tempo t se in una esperienza di laboratorio sono state raccolte le seguenti misure, ed esprimere la relazione trovata in un grafico cartesiano.

h (cm)	5	10	15	20	25
t (s)	4,0	7,8	12	16,2	20,1

$$[t = 0,816h - 0,2]$$

4. Lo spazio S percorso in funzione del tempo t da un oggetto in moto con velocità v è espresso dalla formula $S = vt$. Calcolare la velocità dell'oggetto per cui sono stati presi in laboratorio i seguenti valori, mettendo in grafico i singoli dati e la retta che meglio li interpola:

S (m)	5,5	13,2	20,1	23,3	27,8	37,5
t (s)	1	2	3	4	5	6

$$[v = 6,03 \text{ m/s}; s = 6,03t + 0,45]$$

5. Lo spazio S percorso in funzione del tempo t da un oggetto in moto con velocità v è espresso dalla formula $S = vt$. Calcolare la velocità dell'oggetto per cui sono stati presi in laboratorio i seguenti valori, mettendo in grafico i singoli dati con le relative barre d'errore e la retta che meglio li interpola (si supponga che su ogni misura ci sia un errore del 10%).

S (m)	7,7	18,0	22,0	34	44	47
t (s)	1	2	3	4	5	6

$$[v = 8,19 \text{ m/s}; S = 8,19t + 0,13]$$

6. La misura della massa d'aria contenuta in un volume assegnato ha dato i risultati in tabella. Esprimere la relazione in forma di equazione.

V (m^3)	1	2	3	4	5	6	7	8
m (kg)	1,3	2,6	4,0	4,9	6,9	8,0	9,3	9,5

$$[m = 1,25V + 0,19]$$

7. * In un esperimento per verificare la conservazione del momento angolare, uno studente ottiene i risultati riportati in tabella per i valori iniziali L e quelli finali L' del momento angolare di sei sistemi rotanti (in $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}$):

L	$3,0 \pm 0,3$	$7,4 \pm 0,5$	$14,3 \pm 1,0$	25 ± 2	32 ± 2	37 ± 2
L'	$2,7 \pm 0,6$	$8,0 \pm 1$	$16,5 \pm 1$	24 ± 2	31 ± 2	41 ± 2

- a) si calcoli $(L - L')$ con il suo errore assoluto, e si dimostri se tali risultati sono consistenti con il *principio di conservazione del momento angolare*, cioè con $L = L'$
 b) mettendo in grafico i valori si arrivi alla stessa conclusione utilizzando il metodo dei minimi quadrati su L e L' e disegnando la retta interpolante e le barre d'errore sulle singole misure

$$[s; L = 1,04 L' - 0,03]$$

8. La legge di Hooke afferma che l'allungamento x di una molla è proporzionale al peso $P = mg$ dell'oggetto ad essa appeso secondo la legge $P = kx$ (dove $k = 165 \text{ N/m}$ è una costante caratteristica della molla usata, m è la massa dell'oggetto e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ è l'accelerazione di gravità). Verificare la legge utilizzando il metodo dei minimi quadrati a partire dai seguenti valori di laboratorio, (dove la misura dell'allungamento ha un errore costante $\varepsilon_x = \pm 0,3$ e la misura della massa un errore del 5%) mettendo in grafico i singoli valori con le relative barre d'errore e disegnando la retta interpolante:

m (g)	200	300	400	500	600	700	800	900
x (cm)	1,1	1,5	1,9	2,8	3,4	3,5	4,6	5,4

$$[P = 175 x \text{ (se si impone il passaggio per l'origine)}]$$

9. Un grave in caduta libera scende verso terra secondo la legge $S = \frac{1}{2} g t^2$. Se in un esperimento di laboratorio sono stati ottenuti i seguenti valori per lo spazio percorso S e per il tempo t , si determini con il metodo dei minimi quadrati il valore dell'accelerazione di gravità g . Essendo il valore accettato $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ si comunichi il risultato con l'errore percentuale, mettendo in grafico i valori e la retta dei minimi quadrati.

S (m)	5	20,2	41	76	126	182
t (s)	1	2	3	4	5	6

$$[g = 10 \text{ m/s}^2; \varepsilon_g = 1,9 \%; S = 5t^2]$$

10. Se una pietra è lanciata verso l'alto con velocità v raggiunge una altezza h data dall'equazione $v^2 = 2gh$. Si mettano in grafico i valori sperimentali con le relative barre d'errore e si ricavi il valore sperimentale di g usando il metodo dei minimi quadrati:

h (m)	0,3	0,8	1,4	2,0	2,6	3,4	3,8
$v^2 \text{ (m/s)}^2$	7	17	25	41	49	71	78

$$[g = 10,23 \text{ m/s}^2]$$

11. La relazione che esiste tra il periodo T di oscillazione di un pendolo e la lunghezza L del pendolo stesso è espressa dalla relazione $T = 2\pi(L/g)^{1/2}$. Si rappresentino in un piano cartesiano i seguenti valori e si determini il valore di g con il metodo dei minimi quadrati. Si esprima l'errore percentuale della misura.

T (s)	1	2	3	4	5
L (cm)	26	103	210	378	610

$$[g = 9,54 \text{ m/s}^2; \varepsilon_g = 2,7 \%]$$