

# Prova di fisica per prepararsi all'esame Elettromagnetismo 19 dicembre 2016

a cura di Steave Selvaduray e Gianni Melegari  
© Zanichelli 2016

## PROBLEMA

### Un'altra ruota che cambia la storia

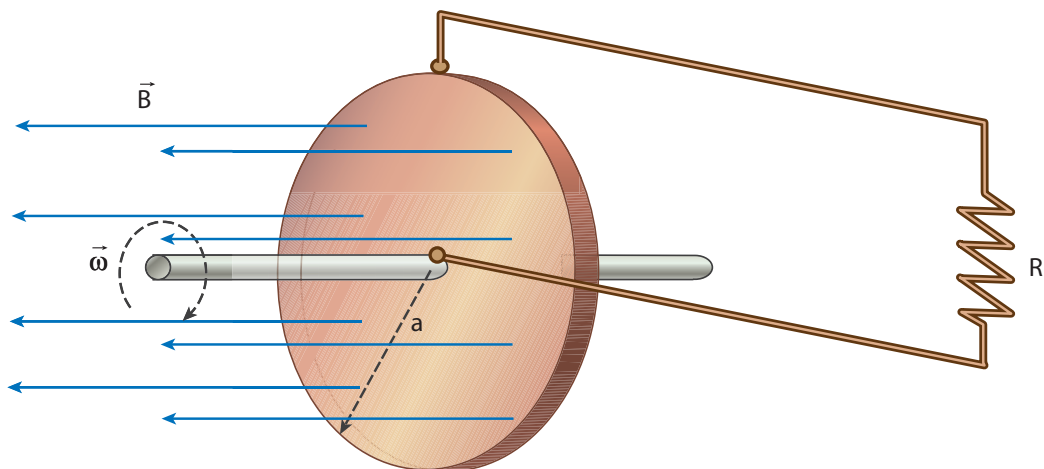
Michael Faraday (1791-1867) è stato un fisico britannico che, con i suoi esperimenti, ha contribuito in modo determinante allo studio dell'Elettromagnetismo.

La storia di Faraday rappresenta un'eccezione nel panorama scientifico. In effetti, l'illustre scienziato nacque da una famiglia appartenente alla classe operaia e non ricevette alcuna istruzione ufficiale.

Grazie al suo lavoro di apprendista presso un libraio, compì un atto tanto naturale quanto inusuale per un rilegatore di libri, e cioè si mise a leggerli. Quel semplice gesto cambiò il destino non solo di Faraday ma anche del mondo intero.

Uno dei primi esperimenti sull'induzione elettromagnetica, condotti dallo scienziato inglese, venne effettuato con la dinamo a disco detta di Faraday, successivamente modificata da P. Barlow e passata alla storia anche come ruota di Barlow.

Questo dispositivo è costituito da un disco metallico, generalmente in rame, di raggio  $a$ , che ruota attorno al suo asse, con velocità angolare  $\vec{\omega}$  costante. Il disco è perpendicolare a un campo magnetico  $\vec{B}$  anch'esso costante. Sia l'asse sia la superficie del disco sono a contatto di due elementi striscianti che portano a un utilizzatore di resistenza  $R$ .



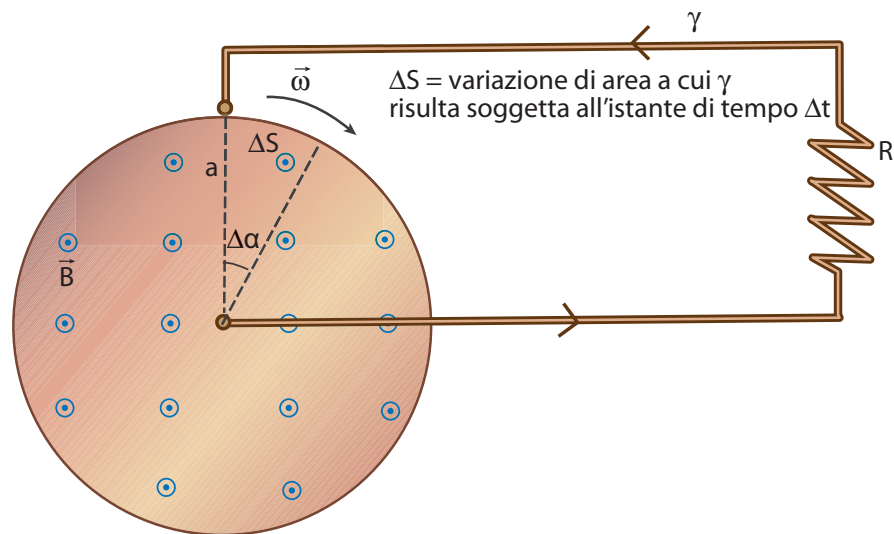
A causa della rotazione del disco e dell'azione del campo magnetico, gli elettroni di conduzione si muovono, rispetto al disco, e ciò determina un campo elettrico  $\vec{E}$  di reazione. In condizione di regime, si raggiunge una situazione di equilibrio in cui gli elettroni sono fermi rispetto al disco.

a) Esamina le forze che agiscono, in condizioni di equilibrio, su di un elettrone posto a distanza  $r$  dal centro del disco e scrivi l'equazione che fornisce la forza centripeta che agisce su di esso in relazione alle forze precedenti. Da essa ricava l'espressione del campo elettrico.

Utilizzando, ad esempio, i seguenti dati:  $B = 0,80 \text{ T}$ ,  $a = 20,0 \text{ cm}$  e  $\omega = 130 \text{ rad/s}$ , spiega quale dei termini che compongono il campo elettrico può essere senz'altro trascurato.

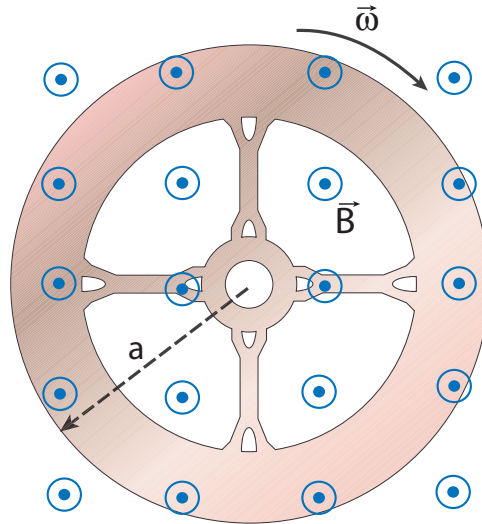
b) Dopo aver eliminato, dall'espressione del campo elettrico, il termine trascurabile, costruisci il diagramma della forza elettrica in relazione a  $r$ . Da questo grafico puoi dedurre quanto vale il lavoro compiuto dalla forza elettrica quando si trasporta un elettrone dall'asse del cilindro fino al suo bordo. Infine, dalla conoscenza del lavoro puoi calcolare il valore della forza elettromotrice indotta che si ottiene con il disco di Barlow. Quanto vale tale forza elettromotrice?

c) Considera ora la seguente figura, dove è rappresentato un circuito  $\gamma$  in cui viene indicata la variazione di area a cui è soggetto tale circuito in corrispondenza di un certo intervallo di tempo. Utilizzando la legge dell'induzione elettromagnetica verifica che la forza elettromotrice indotta lungo  $\gamma$  è esattamente uguale alla differenza di potenziale ottenuta in b).



L'uguaglianza fra le due espressioni della forza elettromotrice, intuiva da Faraday, costituisce una verifica della validità della legge dell'induzione elettromagnetica anche nel caso di campo magnetico costante che agisce su di una linea chiusa deformabile nel tempo.

In laboratorio è stato preparato un esperimento con una "vecchia" ruota dentata di Barlow che presenta 4 raggi disposti in modo perpendicolare.

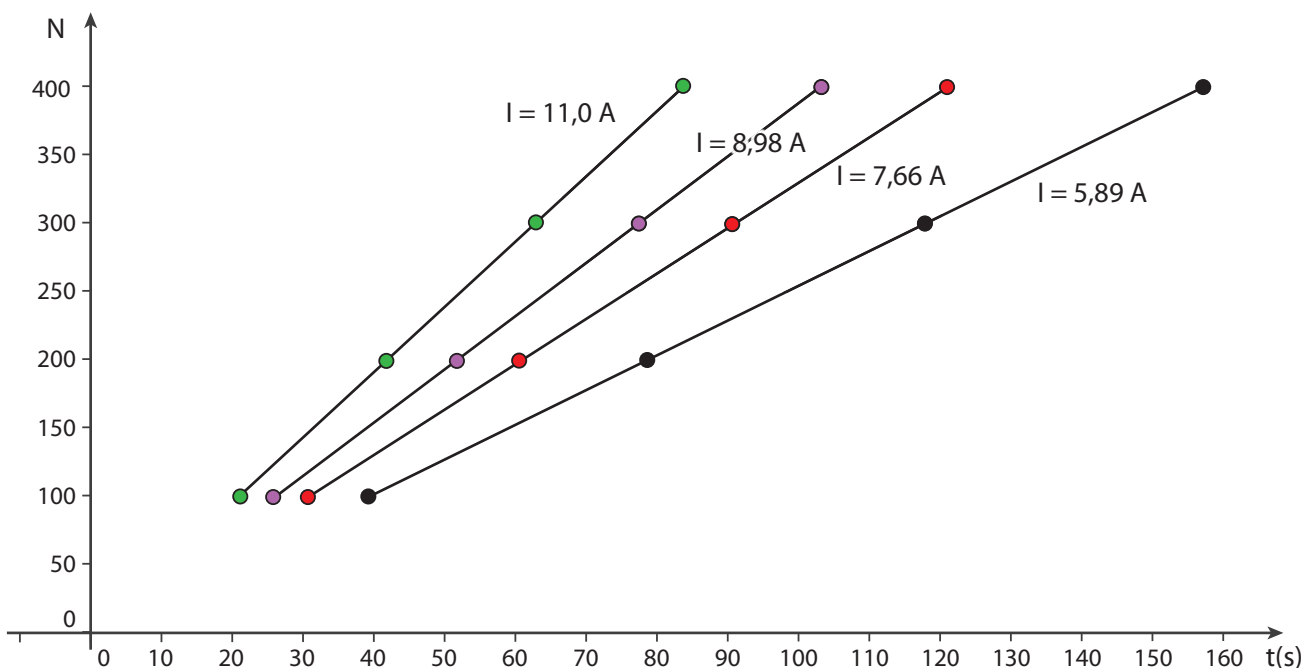


La ruota ha un raggio  $a = 6,0 \cdot 10^{-2}$  m ed è immersa in un campo magnetico, ad essa perpendicolare, di modulo  $B = 1,8$  T; inoltre, il sistema ruota/utilizzatore presenta una resistenza globale  $R = 2,2 \cdot 10^{-1} \Omega$ .

La ruota viene messa in rotazione attraverso un motorino capace di portarla, in brevissimo tempo, a una velocità angolare  $\omega$  costante. Tuttavia, a causa dell'usura della scala delle velocità di rotazione, non è possibile leggere  $\omega$ . Per ovviare a tale inconveniente si utilizza un sistema costituito da due sensori fotoelettrici, posizionati da parti opposte rispetto alla ruota, uno dei quali invia all'altro un segnale, di frequenza non appartenente al visibile.

Il segnale viene interrotto quando questo colpisce un raggio della ruota di Barlow. Un contatore collegato al sensore stabilisce il numero  $N$  di interruzioni; il tempo corrispondente a questo numero viene misurato da un cronometro. Inoltre, un amperometro collegato al circuito  $\gamma$  permette di misurare la corrente  $I$  determinata dal fenomeno dell'induzione elettromagnetica. Di conseguenza, fissata una velocità angolare (incognita), è possibile costruire un diagramma che collega il numero di interruzioni al tempo trascorso.

Riportiamo quattro diagrammi corrispondenti a quattro velocità angolari diverse.



Per ragioni di comodità, alleghiamo le tabelle relative a ognuno dei quattro grafici rappresentati.

<b><math>I = 5,89 \text{ A}</math></b>	
<b><math>t \text{ (s)}</math></b>	<b><math>N</math></b>
39,271	100
78,541	200
117,81	300
157,08	400

<b><math>I = 7,66 \text{ A}</math></b>	
<b><math>t \text{ (s)}</math></b>	<b><math>N</math></b>
30,210	100
60,420	200
90,620	300
120,84	400

<b><math>I = 8,98 \text{ A}</math></b>	
<b><math>t \text{ (s)}</math></b>	<b><math>N</math></b>
25,750	100
51,501	200
77,260	300
103,00	400

<b><math>I = 11,0 \text{ A}</math></b>	
<b><math>t \text{ (s)}</math></b>	<b><math>N</math></b>
20,941	100
41,891	200
62,840	300
83,770	400

**d)** Costruisci una tabella, con quattro righe, che esprime la dipendenza della corrente prodotta in relazione alla velocità angolare di rotazione del disco.

Dopo aver dedotto da tale tabella una dipendenza lineare della corrente dalla velocità angolare, determina la pendenza (coefficiente angolare) di essa sia attraverso i valori sperimentali che mediante un procedimento teorico. I risultati ottenuti coincidono?

## QUESITI

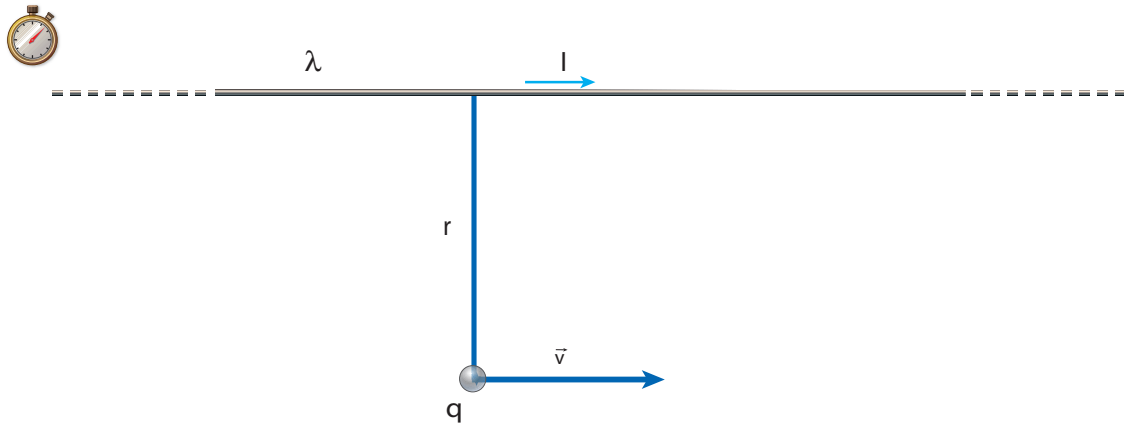
### Quesito 1

Una carica  $q$  posta ad una distanza  $r$  da un filo rettilineo indefinito, con una densità lineare di carica uniforme  $\lambda$  positiva e percorso da una corrente stazionaria  $I$ , si muove con velocità iniziale  $\vec{v}$  parallela al filo conduttore e con lo stesso verso della corrente.

Determina preventivamente la forza elettrica e quella magnetica agenti sulla carica.

Stabilisci, infine, il valore del rapporto  $\lambda/I$  in modo che la carica si muova con velocità costante  $\vec{v}$ .

La carica può seguire un moto rettilineo uniforme se la corrente  $I$  e la velocità  $\vec{v}$  hanno versi opposti? (Motiva la risposta.)



### Quesito 2

Ricorda che in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$  è possibile introdurre rispetto agli assi  $x, y, z$  i versori  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ .

Indicando il prodotto vettoriale con  $\times$ , determina preventivamente tutti i prodotti vettoriali fra i versori (ad esempio:  $\hat{x} \times \hat{x}$ ,  $\hat{x} \times \hat{y}$ , ...,  $\hat{y} \times \hat{x}$ , ecc.).

A questo punto dovrebbe essere naturale sviluppare il prodotto vettoriale fra due vettori qualsiasi utilizzando i prodotti vettoriali ottenuti precedentemente e semplici regole algebriche.

Un protone con la velocità  $\vec{v} = (10^6 \text{ m/s})\hat{x} + (5 \cdot 10^6 \text{ m/s})\hat{y}$  entra in una regione dello spazio in cui è presente un campo elettrico  $\vec{E} = (10^6 \text{ N/C})\hat{x} - (10^6 \text{ N/C})\hat{y} + (2 \cdot 10^6 \text{ N/C})\hat{z}$  e un campo magnetico  $\vec{B} = (2 \text{ T})\hat{x} - (1 \text{ T})\hat{z}$ .

Determina il modulo del rapporto fra la forza che agisce sul protone e la sua carica.

### Quesito 3

Sul volume di una sfera di raggio  $R = 5,0 \text{ cm}$  è distribuita, in modo uniforme su tutto il volume con densità volumica  $\rho$ , una carica  $Q = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ .

Utilizza il teorema di Gauss per ottenere la relazione fra il modulo del campo elettrico e la distanza dal centro della sfera. Questo problema poteva essere formulato in modo identico anche per una sfera conduttrice? (Motiva la risposta.)

Considera, infine, due sfere concentriche di raggio  $R_1 = R$  e di raggio  $R_2 = 2R$ . Nella sfera interna è stato realizzato il vuoto, mentre lo spazio tra le due sfere è riempito con una distribuzione omogenea di carica che ha stessa densità volumica  $\rho$  della sfera carica considerata all'inizio del quesito.

Utilizzando il principio di sovrapposizione determina il modulo del campo elettrico in un punto tra le due sfere, a distanza  $r$  dal loro centro, con  $R_1 \leq r \leq R_2$ .