

# Soluzioni della Simulazione della prova di fisica per prepararsi all'esame

## Elettromagnetismo

---

a cura di Carlo Bertoni, Gianni Melegari e Claudio Romeni  
© Zanichelli 2017

### SOLUZIONE DEL PROBLEMA 1

1)

Analizziamo prima l'interazione secondo il modello di Thomson.

Per prima cosa possiamo supporre la particella  $\alpha$  puntiforme, in quanto le sue dimensioni sono molto inferiori rispetto a quelle dell'atomo d'oro, e possiamo considerare l'atomo d'oro come una sfera uniformemente carica.

Finché la particella è esterna all'atomo l'interazione si può esprimere attraverso la legge di Coulomb, considerando l'atomo d'oro come una carica puntiforme localizzata nel centro del nucleo, con tutta la carica lì concentrata.

La forza repulsiva tra le due cariche positive, in direzione radiale, si può quindi calcolare attraverso la legge di Coulomb e avrà modulo

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$$

dove  $q$  è la carica della particella  $\alpha$  (pari a due protoni),  $Q$  è la carica del nucleo d'oro (pari a 79 protoni) e  $r$  è la distanza tra la particella  $\alpha$  e il centro del nucleo, in questo caso  $r > R$ .

Qui la forza risulta inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal centro del nucleo.

Quando la particella  $\alpha$  inizia a penetrare l'atomo d'oro la forza d'interazione elettrica, sempre repulsiva e radiale, avrà modulo  $F=q \cdot E$ , dove  $E$  è il modulo del campo elettrico interno a una sfera uniformemente carica.

Tale campo elettrico  $E$ , in funzione della distanza  $r$  dal centro, si può calcolare sfruttando il teorema di Gauss, scegliendo come superficie gaussiana una sfera con centro nel centro dell'atomo e raggio  $r$ :

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

dove  $q'$  è la carica contenuta nella superficie gaussiana esprimibile attraverso la densità volumica di carica  $\rho$  della sfera.

Possiamo quindi calcolare il campo elettrico  $E(r)$ :

$$E(r) = \frac{q'}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{\rho \cdot 4/3\pi r^3}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{\rho 1/3r}{\epsilon_0} = \frac{\frac{Q}{4/3\pi R^3} 1/3r}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r.$$

Quindi per  $0 < r < R$  il modulo della forza risulta  $F = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r$ .

Qui la forza risulta direttamente proporzionale alla distanza dal centro del nucleo.

Analizziamo ora l'interazione secondo il modello di Rutherford.

In questo caso la situazione è più semplice.

Supponendo che la particella  $\alpha$  non entri nel nucleo, la forza repulsiva tra le due cariche positive, in direzione radiale, è calcolabile secondo la legge di Coulomb e risulta di

modulo  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$ , dove  $q$  è la carica della particella  $\alpha$  (pari a due protoni),  $Q$  è la

carica del nucleo d'oro (pari a 79 protoni) e  $r$  è la distanza tra la particella  $\alpha$  e il centro del nucleo, in questo caso per tutti i  $r > 10^{-15}$  m.

Qui la forza risulta sempre inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal centro del nucleo.

2)

a) I vettori forza nei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  risultano in direzione radiale, uscenti dal centro dell'atomo d'oro (forze repulsive).

Usando le formule trovate al punto 1, possiamo calcolare i moduli secondo il modello di Thomson.

Questi vettori forza risultano in direzione radiale, uscenti dal centro dell'atomo d'oro (forze repulsive). Si ottiene:

$$F_A = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r = \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{R}{2} = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{R^2} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{(2R)^2} = 0,91 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

b) I vettori forza nei punti  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  risultano in direzione radiale, uscenti dal centro dell'atomo d'oro (forze repulsive).

Usando le formule trovate al punto 1, possiamo calcolare i moduli secondo il modello di Rutherford. Si ottiene:

$$F_{A'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{(R/2)^2} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_{B'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{R^2} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_{C'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{(2R)^2} = 0,91 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

c)

In entrambi i casi la forza elettrica agente sulla particella  $\alpha$  risulta radiale e in verso uscente dal nucleo d'oro; è una forza repulsiva.

Il suo modulo si calcola attraverso la formula  $F(r) = q \cdot E(r)$ , dove  $E(r)$  è il campo elettrico generato dall'atomo d'oro a distanza  $r$  dal centro (tenendo sempre conto solo delle cariche positive come da ipotesi del problema) e  $q$  è la carica della particella  $\alpha$ . Quindi la forza ha intensità massima dove è massimo il modulo del campo elettrico.

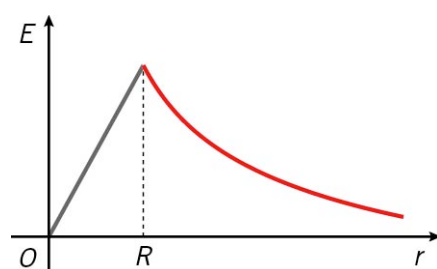
Analizziamo i due casi.

Nel caso di Thomson il campo elettrico  $E(r)$  è quello di una sfera uniformemente carica di raggio  $R$  e ha l'andamento disegnato a lato, in accordo con quanto trovato al punto 1.

Il valore massimo si trova nei punti della superficie della sfera e vale:

$$E_{\max} = E(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

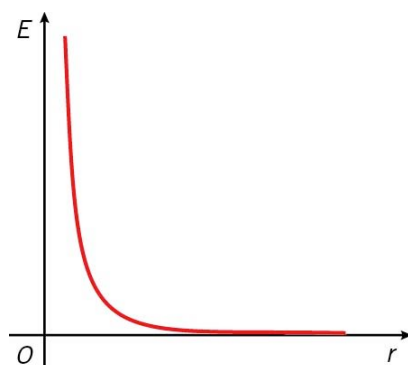
È il caso della posizione  $B$ .



Nel caso di Rutherford il campo elettrico  $E(r)$  è quello di una carica puntiforme e ha l'andamento disegnato a lato, in accordo con quanto trovato al punto 1.

Il campo elettrico aumenta man mano che la distanza tende a zero e quindi il valore massimo si avrebbe in collisione col nucleo a una distanza pari a  $r = 10^{-15}$  m, avendo supposto che  $\alpha$  non si avvicini ulteriormente.

Utilizzando i risultati ottenuti al punto 2 e confrontando in particolare le forze nei punti  $B$  e  $A'$  possiamo concludere che è maggiore la forza repulsiva del modello di Rutherford.



4)

Si tratta dello studio di un moto con una forza variabile al variare della posizione della particella  $\alpha$ . Poiché la forza in gioco è di tipo elettrostatico, quindi conservativa, possiamo risolvere il quesito sfruttando la conservazione dell'energia meccanica.

La particella  $\alpha$ , a una distanza  $r$  dal centro, possiede un'energia potenziale elettrica

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r},$$

dove  $q$  è la carica della particella  $\alpha$  e  $Q$  è la carica del nucleo d'oro.

Detto  $K$  il punto al bordo dell'atomo, a una distanza di  $10^{-10}$  m dal centro, in cui la

particella si trova con un'energia cinetica di  $1,11 \cdot 10^{-12}$  J, determiniamo la distanza  $r_P$  dal centro del punto  $P$  in cui la particella viene frenata completamente dalla forza repulsiva che sappiamo via via crescente grazie all'analisi dei punti precedenti. Dalla conservazione dell'energia meccanica  $E_{cin}(K) + U(K) = E_{cin}(P) + U(P)$ , ponendo uguale a zero l'energia cinetica in  $P$ , otteniamo la seguente equazione in  $r_P$ :

$$1,11 \cdot 10^{-12} \text{ J} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{1,00000 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 0 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{r_P}$$

da cui otteniamo  $r_P = 3,3 \cdot 10^{-14}$  m.

Percorrerà quindi ancora un tratto  $\Delta r = (1,00000 \cdot 10^{-10} - 3,3 \cdot 10^{-14}) \text{ m} = 9,9967 \cdot 10^{-11}$  m prima di arrestarsi.

**b)** Particelle con queste caratteristiche si arrestano prima del nucleo (che ha il raggio dell'ordine di grandezza di  $10^{-15}$  m) e invertono, grazie alla forza repulsiva agente, il loro moto. Risulta un moto rettilineo e vengono respinti dalla placca d'oro. L'accelerazione in questa seconda fase è rivolta verso l'esterno, ma con un modulo in diminuzione.

**c)** Per capire il comportamento della particella  $\alpha$  secondo il modello di Thomson dobbiamo capire se viene frenata o meno dalla forza repulsiva dell'atomo d'oro nel primo tratto.

Infatti, se la particella riesce a raggiungere il centro, poi la forza repulsiva (ora diretta nello stesso verso del moto!) la spingerà fuori dall'atomo permettendone l'attraversamento senza alcuna deviazione.

Accogliendo il suggerimento proposto, calcoliamo la variazione dell'energia cinetica attraverso il teorema delle forze vive  $L(F_{elettrica}) = \Delta E_{cin}$ .

Possiamo calcolare il modulo del lavoro della forza elettrica attraverso l'area della parte di piano che si trova sotto il grafico del modulo della forza elettrica. Ricordiamo che tale lavoro sarà però negativo in quanto la forza si oppone allo spostamento.

Poiché si tratta di uno spostamento nel tratto  $0 < r < R$ , il modulo della forza risulta

$$F = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r, \text{ in accordo con quanto trovato al punto 1.}$$

Essendo il grafico di una retta per l'origine, l'area è quella del triangolo di base  $R = 10^{-10}$  m e altezza

$$h = F = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 R^3} R = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot (1,0 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2},$$

pari alla forza al bordo dell'atomo.

Risulta quindi:

$$\Delta E_{cin} = L(F_{elettrica}) = -\frac{1,0 \cdot 10^{-10} \cdot 3,6 \cdot 10^{-6}}{2} \text{ J} = 1,8 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

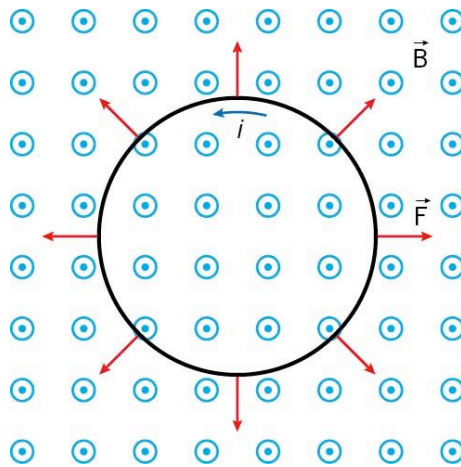
Ottenendo una diminuzione piccolissima di energia cinetica, rispetto al valore iniziale, possiamo concludere che la particella  $\alpha$  raggiunge il centro dell'atomo con una velocità positiva e quindi il suo moto risulta rallentato nel primo tratto ma successivamente riaccelerato fuori dall'atomo, una volta superato il centro. La sua traiettoria non risulta pertanto deviata.

Le diverse previsioni di comportamento della particella  $\alpha$  dei due diversi modelli permisero a Rutherford, in seguito ai risultati dell'esperimento, di escludere il modello atomico di Thomson.

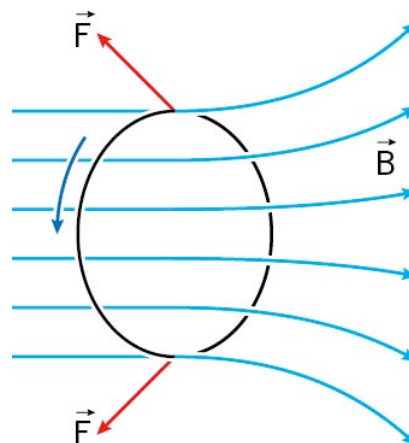
## SOLUZIONE DEL PROBLEMA 2

1) Rappresentiamo la situazione sul piano della bobina: la corrente ruota in senso antiorario e il campo magnetico è uscente dal foglio. In ogni piccolo tratto lungo  $\Delta l$  la forza ha la stessa intensità ed è perpendicolare alla corrente, ed è quindi in direzione radiale, verso l'esterno della bobina.

La somma di tutte le forze è nulla e anche il momento totale è uguale a zero, quindi se la bobina è rigida non subisce nessun effetto.



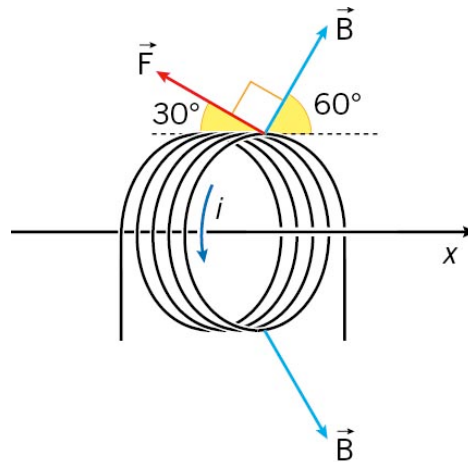
Nel secondo caso il campo magnetico non è uscente dal piano della bobina, ma ha anche una componente sul piano stesso, che determina la presenza di una componente della forza perpendicolare a tale piano (con verso entrante nelle figure). Le forze sui diversi tratti di bobina non si bilanciano più, ma tutte hanno una componente entrante nel piano e quindi anche la risultante avrà questa direzione e verso.



2) Poiché corrente e campo magnetico in ogni punto sono perpendicolari, la forza per unità di lunghezza agente sulla bobina è  $f = B \cdot i \cdot n = 6,4 \text{ N/m}$ .

Tuttavia solo la componente di questa forza lungo l'asse della bobina non si annulla sommando tutti i tratti della bobina, cioè  $f_{//} = f \cos 30^\circ = 3,2 \text{ N/m}$ .

La lunghezza della bobina è  $l = 2\pi r = 5,65 \text{ cm} = 0,0565 \text{ m}$ , quindi la forza compressiva ha modulo  $F = f_{//} \cdot l = 0,36 \text{ N}$  diretta parallelamente all'asse  $x$  ma con verso opposto.



3) Se il campo magnetico, come quello mostrato nella terza figura del testo, non è uniforme, quando la bobina si sposta nella direzione dell'asse  $x$  cambia il flusso del campo magnetico  $\Phi_B$  attraverso l'area racchiusa dalla bobina stessa. In particolare, quando la bobina si sposta nel verso positivo dell'asse  $x$  il flusso diminuisce, e invece aumenta nel verso negativo.

Per la legge di Faraday-Neumann durante il moto della bobina si induce quindi una differenza di potenziale pari a  $f.e.m. = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

4) L'area della bobina è  $A = \pi r^2 = 2,54 \text{ cm}^2 = 2,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ .

In ciascuno degli intervalli la corrente è data da

$$i = \frac{f.e.m.}{R} = -\frac{\frac{nA(B_2 - B_1)}{\Delta t}}{R} = -\frac{nA(B_2 - B_1)}{R \Delta t}$$

Per ottenere ciascuno dei valori del campo magnetico dobbiamo ricavare dal primo grafico la posizione e poi dal secondo il campo magnetico corrispondente.

a)

$$x_1 = 0,15 \text{ mm}; B_1 = 0,50 \text{ T}$$

$$x_2 = 0,30 \text{ mm}; B_2 = 0,38 \text{ T}$$

$$i = -1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 (B_2 - B_1)}{\Omega \Delta t} = -1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 (0,38 - 0,50)}{\Omega \cdot 0,10} \text{ A} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

b)

$$x_1 = 0,59 \text{ mm}; B_1 = 0,24 \text{ T}$$

$$x_2 = 0,59 \text{ mm}; B_2 = 0,24 \text{ T}$$

$$i = -1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 (B_2 - B_1)}{\Omega \Delta t} = -1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 (0,24 - 0,24)}{\Omega \cdot 0,10} \text{ A} = 0 \text{ A}$$

c)

$$x_1 = 0,30 \text{ mm}; B_1 = 0,38 \text{ T}$$

$$x_2 = 0,15 \text{ mm}; B_2 = 0,50 \text{ T}$$

$$i = -1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 (B_2 - B_1)}{\Omega \Delta t} = -1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 (0,50 - 0,38)}{\Omega \cdot 0,10} \text{ A} \approx -1,2 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

## SOLUZIONE QUESITO 1

La densità di energia di un'onda elettromagnetica è data da

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 = \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2$$

Utilizzando per  $E$  e  $B$  i valori efficaci si ottiene la densità media.

L'irradiazione è la quantità di energia che investe l'unità di superficie nell'unità di tempo,  $S = cu = c\epsilon_0 E^2$ , quindi

$$S_{954,6} = 3,00 \cdot 10^8 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (8,00 \cdot 10^{-2})^2 \text{ W/m}^2 = 1,70 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

$$S_{958,2} = 3,00 \cdot 10^8 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} (1,21)^2 \text{ W/m}^2 = 3,89 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

Se l'antenna trasmette in modo isotropo possiamo moltiplicare l'intensità per la superficie di una sfera di raggio 40 m e sommare i contributi delle due frequenze:

$$P_{954,6} = S_{954,6} \cdot 4\pi d^2 = 1,70 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot 40^2 \text{ W} = 0,342 \text{ W}$$

$$P_{958,2} = S_{958,2} \cdot 4\pi d^2 = 3,89 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 40^2 \text{ W} = 78,2 \text{ W}$$

$$P_{\text{tot}} = P_{954,6} + P_{958,2} = (0,342 + 78,2) \text{ W} = 78,6 \text{ W}$$

L'intensità varia con l'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente, quindi a 60 m si ha

$$S(60) = S(40) \frac{40^2}{60^2} = S(40) \frac{4}{9}$$

$$S_{954,6}(60) = 1,70 \cdot 10^{-5} \frac{4}{9} \text{ W/m}^2 = 7,56 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$S_{958,2}(60) = 3,89 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4}{9} \text{ W/m}^2 = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

Dalla relazione

$$S = \frac{c B_0^2}{2 \mu_0}$$

Otteniamo allora

$$B_{0;954,6}(60) = \sqrt{\frac{2S_{954,6}(60)\mu_0}{c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,56 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{3,00 \cdot 10^8}} \text{ T} = 2,52 \cdot 10^{-10} \text{ T}$$

$$B_{0;958,2}(60) = \sqrt{\frac{2S_{958,2}(60)\mu_0}{c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,73 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{3,00 \cdot 10^8}} \text{ T} = 3,81 \cdot 10^{-10} \text{ T}$$

## SOLUZIONE QUESITO 2

Ogni generatore deve fornire una potenza pari a un quindicesimo della potenza totale, cioè 80 MW; ogni secondo la massa d'acqua che cade deve avere un'energia di 80 MJ:

$$mgh = 80,0 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$m = \frac{80,0 \cdot 10^6 \text{ J}}{gh} = \frac{80,0 \cdot 10^6}{9,80 \cdot 180} \text{ kg} = 4,54 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

che corrisponde a un volume di  $V = 4,54 \cdot 10^4 \text{ dm}^3 = 45,4 \text{ m}^3$ .

Si ottiene una f.e.m. alternata di frequenza 60 Hz e ampiezza

$$f_{MAX} = NAB\omega = N\pi r^2 B\omega = 150 \pi \cdot 1,00^2 \cdot 0,100 \cdot 2\pi \cdot 60,0 \text{ V} = 1,78 \cdot 10^4 \text{ V}$$

che corrisponde a una tensione efficace di

$$f_{eff} = \frac{f_{MAX}}{\sqrt{2}} = 1,26 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Il rapporto tra le spire nel circuito primario e nel secondario deve essere uguale al rapporto tra le tensioni, cioè

$$\frac{n_s}{n_p} = \frac{1,00 \cdot 10^5}{1,26 \cdot 10^4} = 7,94 \approx 8$$

Si potrebbero usare per esempio 10 spire nel circuito primario e 80 nel secondario.

## SOLUZIONE QUESITO 3

L'induttanza in posizione di riposo è data da

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{l_0} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l_0} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \pi \frac{0,00500^2}{0,1200} \text{ H} = 8,22 \cdot 10^{-6} \text{ H} = 8,22 \text{ } \mu\text{H}$$

Se il solenoide si allunga o si accorcia:

$$L_1 = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l_0 + \Delta x_{\max}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \pi \frac{0,00500^2}{0,1205} \text{ H} = 8,19 \cdot 10^{-6} \text{ H} = 8,19 \text{ } \mu\text{H}$$

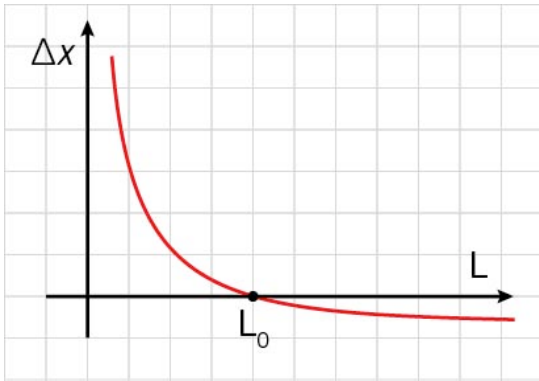
$$L_2 = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l_0 - \Delta x_{\max}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \pi \frac{0,00500^2}{0,1195} \text{ H} = 8,26 \cdot 10^{-6} \text{ H} = 8,26 \text{ } \mu\text{H}$$

Ricavando lo spostamento  $\Delta x$  dalle formule per l'induttanza scritte sopra abbiamo

$$\Delta x = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{L} - l_0$$

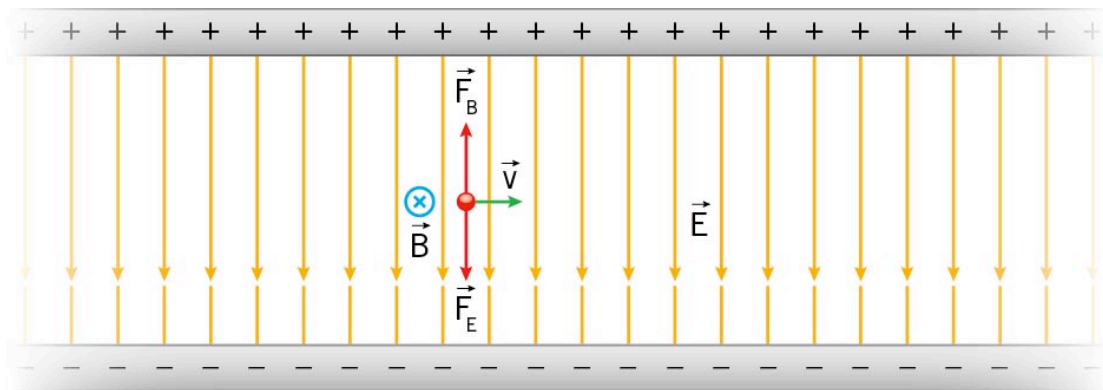
che è l'equazione di un'iperbole traslata.





#### SOLUZIONE QUESITO 4

Poiché la carica dello ione è positiva, la forza dovuta al campo elettrico ha la stessa direzione e lo stesso verso del campo:  $\vec{F} = q\vec{E}$  ed è diretta dalla piastra positiva del condensatore verso la piastra negativa.



Per esercitare una forza opposta a questa il campo magnetico deve essere perpendicolare al campo elettrico e alla velocità degli ioni, nel verso mostrato in figura, di modulo tale che  $qE=qvB$ , cioè

$$B = \frac{E}{v} = \frac{\Delta V / d}{v} = \frac{\Delta V}{dv} = \frac{800}{0,00500 \cdot 2,5 \cdot 10^6} \text{ T} = 6,40 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

Se a metà del condensatore viene spento il campo magnetico, da quel momento lo ione subisce una forza netta della direzione del campo elettrico pari a

$$F = qE = e \frac{\Delta V}{d} = 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{800}{0,00500} \text{ N} = 2,56 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

e quindi un'accelerazione di

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2,56 \cdot 10^{-14}}{6,64 \cdot 10^{-27}} \text{ m/s}^2 = 3,86 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$$

Il tempo necessario per uscire dall'azione del campo elettrico è

$$t = \frac{l/2}{v} = \frac{0,0200}{2,5 \cdot 10^6} \text{ s} = 8,00 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

e lo spostamento nella direzione del campo elettrico vale

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,86 \cdot 10^{12} \cdot (8,00 \cdot 10^{-9})^2 \text{ m} = 1,24 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,124 \text{ mm}$$

### SOLUZIONE QUESITO 5

$$G = Blv = 0,30 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \cdot 10^3 \text{ V} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ V}$$

La forza dovuta al campo magnetico agisce sugli elettroni spingendoli lontano dallo shuttle, quindi la corrente scorre dal satellite verso lo shuttle nel filo e dallo shuttle verso il satellite nell'atmosfera.

La resistenza del circuito è data dalla legge di Ohm:

$$R = \frac{V}{i} = \frac{4,5 \cdot 10^3 \text{ V}}{0,50 \text{ A}} = 9,0 \cdot 10^3 \Omega$$

Poiché la resistenza del cavo è di  $100 \Omega$ , quasi tutta la resistenza del circuito è dovuta all'aria ionizzata ( $8,9 \cdot 10^3 \Omega$ ).

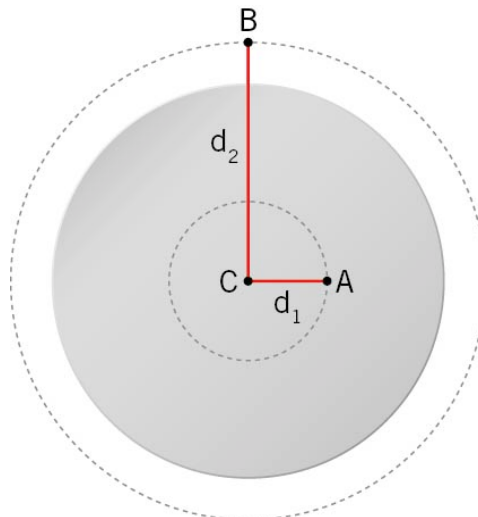
### SOLUZIONE QUESITO 6

La circuitazione del campo magnetico indotto è data dalla corrente di spostamento:

$$\Gamma_B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Consideriamo un cammino circolare centrato sull'asse del condensatore, di raggio  $d_1$ , sul piano considerato.

Il campo magnetico è tangente a tale circonferenza e, considerata la simmetria del sistema, ha modulo costante su tale cammino.



Se il cerchio della figura rappresenta l'armatura che è positiva all'istante  $t = 0$  s (vista dall'interno del condensatore), scegliamo il vettore superficie  $\vec{A}$  attraverso cui si calcola il flusso come uscente dalla pagina. In coerenza con l'usuale regola della mano destra, allora il cammino di calcolo della circuitazione è orientato in senso antiorario. Il campo elettrico è perpendicolare al cerchio racchiuso dal cammino, quindi, secondo le convenzioni fissate, il flusso del campo elettrico è dato dal prodotto dell'area per la componente lungo  $\vec{A}$  del campo elettrico interno al cammino stesso:

$$2\pi d_1 B_A = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d(AE)}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{A}{s} \frac{d(\Delta V)}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 \pi \frac{d_1^2}{s} \frac{d(\Delta V)}{dt}$$

da cui

$$B_A = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d_1}{2s} \frac{d(\Delta V)}{dt}$$

Il potenziale ha un andamento cosinusoidale di periodo 0,00010 s e ampiezza 120 V, quindi

$$V(t) = (120 \text{ V}) \cos\left(\frac{2\pi}{0,00010} t\right) = (120 \text{ V}) \cos(6,28 \cdot 10^4 t)$$

L'istante  $t_1 = 0,000025$  s corrisponde a un quarto del periodo, quindi in tale momento la derivata del potenziale è massima in valore assoluto:

$$\left. \frac{d(\Delta V)}{dt} \right|_{t=t_1} = -V_{MAX} \omega = -120 \text{ V} \cdot 6,28 \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = -7,54 \cdot 10^6 \text{ V/s}$$

(si può anche ricavare un valore approssimato dal grafico) e quindi

$$B_A = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d_1}{2s} \frac{d(\Delta V)}{dt} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{0,0400}{2 \cdot 0,00150} (-7,54 \cdot 10^6) \text{ T} = -1,12 \cdot 10^{-9} \text{ T}$$

Il valore di  $B_A$  risulta negativo. Ciò indica che il campo magnetico, di modulo pari a 1,12 nT, è in ogni punto tangente al cammino di calcolo della circuitazione, ma con verso opposto rispetto a quello in cui il cammino è percorso. Ciò è coerente con il contesto fisico in cui ci troviamo; all'istante  $t_1$  il potenziale dell'armatura in esame sta diminuendo: ciò significa che nel circuito esterno c'è una corrente che fluisce nel verso opposto a quello di  $\vec{A}$ . Questa corrente genera nello spazio esterno un campo magnetico le cui linee si avvolgono, secondo la regola della mano destra, in senso orario per chi guarda la figura come è stata descritta in precedenza. Quindi nello stesso verso delle linee del campo  $\vec{B}_A$ .

All'istante  $t_2 = 0,000050$  s il potenziale ha un minimo, quindi la derivata è nulla e anche il campo magnetico indotto è uguale a zero.

Per determinare il campo a distanza  $d_2 = 12,0$  cm bisogna considerare il flusso solo attraverso l'area entro cui è presente il campo elettrico:

$$4\pi d_2 B_B = \mu_0 \varepsilon_0 \pi \frac{r^2}{s} \frac{d(\Delta V)}{dt}$$

$$B_B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{r^2}{2s d_2} \frac{d(\Delta V)}{dt}$$

Per  $t_1 = 0,000025$  s

$$B_A = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{0,100^2}{2 \cdot 0,00150 \cdot 0,120} (-7,54 \cdot 10^6) \text{ T} = -2,33 \cdot 10^{-9} \text{ T}$$

All'istante  $t_2 = 0,000050$  s il campo è nullo anche in questo punto.