Esercizi di ANALISI MATEMATICA I
Dott. Franco Obersnel
Anno accademico 2002–2003. Trieste, 6 novembre 2002

ESERCIZIO N. 1.
Si calcolino i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to 0} \frac{|3x-1|-|3x+1|}{x}$; b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+x^2}-\sqrt{2-x^2}}{x^2}$;

c) $\lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$; d) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$;

e) $\lim_{x\to 8} \frac{x^{\frac{2}{3}}-4}{x^{\frac{1}{3}}-2}$; f) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x\sqrt{x+1}\,(1-\sqrt{2x+3})}{7-6x+4x^2}$.

ESERCIZIO N. 2.
Si calcolino i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+x}-x$; b) $\lim_{x\to 2} \frac{\sin^2(\pi x)}{x^2-4x+4}$;

c) $\lim_{x\to +\infty} x(\sqrt{x^\alpha+1}-\sqrt{x^\alpha-1})$; $\alpha\in\mathbb{R}$, $\alpha\geq 0$; d) $\lim_{x\to 0} \left(1+\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2x}}$

e) $\lim_{x\to +\infty} \left(\log\left(\frac{x^2}{x+1}\right)\right)^{\frac{1}{x}}$; f) $\lim_{x\to 0} \frac{2^x-3^x}{x}$;

g) $\lim_{x\to -\infty} x(\sqrt[4]{x^4+x^2}-\sqrt[4]{x^4-x^2})$; h) $\lim_{x\to 0} \frac{\log(3^x+1)-\log 2}{x}$.

ESERCIZIO N. 3.
Si calcolino i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-\cos x}-x^2}{\sqrt{1-\cos x}+x^2}$; b) $\lim_{x\to 0} (\sin x+\cos x)^{\frac{1}{x}}$;

c) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\sin(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}{\sqrt{\mathrm{tg}(\frac{1}{x})}}$; d) $\lim_{x\to 0} \frac{\log(e+\mathrm{tg}^2 x)-e^{x^2}}{x^2}$;

e) $\lim_{x\to +\infty} x^2(\log(x^2+x+1)-\log(x^2+x-1))$; f) $\lim_{x\to +\infty} \left[\cos(x^4e^{-x})\right]^x$;

g) $\lim_{x\to 0} f(x)$ se è noto che $|f(x)|\leq \sin^2 x$ per ogni $x\in]-1,1[$.

SOLUZIONI
Es. 1:
a) -6, b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, c) $\frac{1}{4}$,
d) ∞; e) 4; f) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$.
Es. 2:
a) $\frac{1}{2}$; b) π^2; c) 0 se $\alpha>2$, 1 se $\alpha=2$, $+\infty$ se $0\leq\alpha<2$;
d) $\sqrt[4]{e}$; e) 1; f) $\log\frac{2}{3}$;
g) $-\frac{1}{2}$; h) $\frac{\log 3}{2}$.
Es. 3:
a) 1; b) e (si osservi che $\sin x+\cos x=\sqrt{1+2\sin x\cos x}$); c) $\frac{1}{2}$;
d) $\frac{1}{e}-1$; e) 2; f) 1; g) 0.